

9-сыныпқа түсу емтиханы бойынша шешімдер мен бағалау критерийлері // Решения и критерий оценивания вступительного экзамена в 9 класс
20 тамыз 2020 // 20 августа 2020

Бірінші нұсқа // Первый вариант

Алгебра

№1. (3 ұпай // 3 балла) Теңдеуді шешіңіз:// Решите уравнение:

$$9\left(4x + \frac{1}{3}\right)^4 - 16\left(4x + \frac{1}{3}\right)^2 - 25 = 0$$

Шешім: Жаңа айнымалы енгіземіз: $t = \left(4x + \frac{1}{3}\right)^2$, мұндағы $t \geq 0$. Ендеше берілген теңдеу келесідей түрде болады: $9t^2 - 16t - 25 = 0$.

Теңдеудің шешімдерін Виеттің жалпыланған теоремасы бойынша немесе жұп коэффициент үшін дискриминантты пайдаланып табуға болады: $t = -\frac{7}{9}$ немесе $t = \frac{25}{9}$. Бірақ $t \geq 0$ болғандықтан, $t = -\frac{7}{9}$ түбірі берілген шартты қанағаттандырмайды.

Табылған мәнді бастапқы енгізген айнымалының орнына қойсақ:

$$\begin{aligned} \left(4x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} &\Leftrightarrow \left(4x + \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{5}{3}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(4x + \frac{1}{3} - \frac{5}{3}\right)\left(4x + \frac{1}{3} + \frac{5}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{4}{3} = 0, \\ 4x + 2 = 0; \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3}; \\ x = -0,5. \end{cases} \end{aligned}$$

Жауабы: $x \in \left\{-0,5; \frac{1}{3}\right\}$. //

Решение.

Введем замену переменной: $t = \left(4x + \frac{1}{3}\right)^2$ и заметим, что $t \geq 0$. Тогда исходное уравнение примет вид: $9t^2 - 16t - 25 = 0$.

Корни данного уравнения можно найти по обобщенной теореме Виета или с помощью формулы дискриминанта для четного коэффициента: $t = -\frac{7}{9}$ или $t = \frac{25}{9}$. Но так как $t \geq 0$, то корень $t = -\frac{7}{9}$ является посторонним.

Возвращаясь к исходной переменной, получим:

$$\begin{aligned} \left(4x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} &\Leftrightarrow \left(4x + \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{5}{3}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(4x + \frac{1}{3} - \frac{5}{3}\right)\left(4x + \frac{1}{3} + \frac{5}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{4}{3} = 0, \\ 4x + 2 = 0; \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3}; \\ x = -0,5. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $x \in \left\{-0,5; \frac{1}{3}\right\}$.

№2. (3 ұпай // 3 балла) Теңсіздікті шешіңіз: // Решите неравенство:

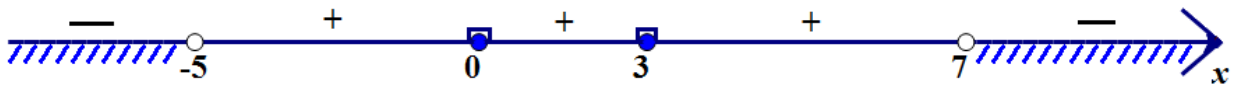
$$\frac{x^4 - 6x^3 + 9x^2}{(x + 5)^5(7 - x)^3} \leq 0$$

Шешім:

$$\frac{x^4 - 6x^3 + 9x^2}{(x + 5)^5(7 - x)^3} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2(x - 3)^2}{(x + 5)^5(7 - x)^3} \leq 0$$

Интервалдар әдісін пайдаланайық.

Алымының нөлдері ($x = 0$ и $x = 3$) жұп дәрежелі, бөлімінің нөлдері ($x = -5$ и $x = 7$) тақ дәрежелі функцияның түбірлері болады. Онда:



Әрбір аралыққа таңбасын қойып, жауабын аламыз: $x \in (-\infty; -5) \cup \{0; 3\} \cup (7; +\infty)$.

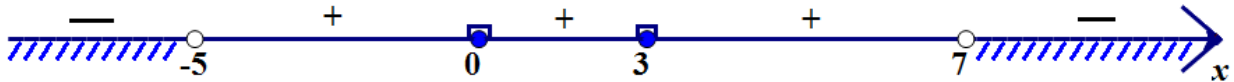
Жауабы: $x \in (-\infty; -5) \cup \{0; 3\} \cup (7; +\infty)$. //

Решение.

$$\frac{x^4 - 6x^3 + 9x^2}{(x+5)^5(7-x)^3} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2(x-3)^2}{(x+5)^5(7-x)^3} \leq 0$$

Используем метод интервалов.

Нули числителя ($x = 0$ и $x = 3$) являются корнями четной степени, нули знаменателя ($x = -5$ и $x = 7$) – корнями нечетной степени. Тогда:



Расставив знаки на каждом промежутке, выпишем ответ: $x \in (-\infty; -5) \cup \{0; 3\} \cup (7; +\infty)$.

Ответ: $x \in (-\infty; -5) \cup \{0; 3\} \cup (7; +\infty)$.

№3. (3 ұпай // 3 балла) Екі тракторшы бірге алқапты жұмыс уақытының 24 сағатында жыртып бітіреді. Егер алқаптың жартысын олардың бірі, қалғанын екіншісі алмастырып жыртыса 49 сағат уақыт кетеді. Олардың әрқайсысы алқапты қанша уақытта жыртып бітіреді? //

Два тракториста вместе могут вспахать поле за 24 часа рабочего времени. Если же сначала один из них вспашет половину поля, а затем его сменит другой, то всё поле будет вспахано за 49 часов. За какое время каждый из них вспашет поле?

Шешім:

Бірінші тракторист жалғыз өзі алқапты x сағатта, екіншісі y сағатта жыртып бітірсін. Барлық алқапты 1 деп есептейміз. Онда бірінші трактористің еңбек өнімділігі (1 сағатта алқаптың жыртып бітіретін бөлігі) $\frac{1}{x}$, екіншісікі – $\frac{1}{y}$, ал бірге жұмыс істеген уақыттағы еңбек өнімділігі $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ болады.

Екі тракторист бірге алқапты 24 сағатта жыртығандықтан, теңдеу $(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \cdot 24 = 1$ түрінде құрылады.

Барлық жұмыстың жартысын бірінші тракторист $\frac{1/2}{1/x} = \frac{x}{2}$ сағатта, ал екіншісі – $\frac{1/2}{1/y} = \frac{y}{2}$ сағатта орындайды. Алқаптың жартысын бірінші тракторист, қалған жартысын екінші тракторист жыртыса, барлық жұмыс 49 сағатта орындалғандықтан, $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 49$ түріндегі теңдеу құрамыз.

Екі теңдеуді біріктіріп, мынандай теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\begin{cases} (\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) \cdot 24 = 1, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 49; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{24}, \\ x+y = 98; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 98, \\ xy = 98 \cdot 24; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 98, \\ xy = 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 98, \\ xy = 42 \cdot 56; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 42, \\ y = 56; \\ x = 56, \\ y = 42. \end{cases}$$

Есеп шартында қай трактористің жылдам істейтіндігі айтылмағандықтан екі түрлі жағдай болуы мүмкін: бірінші тракторист алқапты 42 сағатта, ал екіншісі – 56 сағатта немесе біріншісі – 56 сағатта, ал екіншісі 42 сағатта жыртып бітіреді.

Жауабы: 42 сағат немесе 56 сағат. //

Решение.

Пусть за x часов вспашет поле первый тракторист, за y часов – второй тракторист. Примем всё поле за 1. Тогда производительность (часть поля, вспаханная за 1 час) первого

тракториста равна $\frac{1}{x}$, второго $-\frac{1}{y}$, а производительность труда во время их совместной работы будет составлять $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Так как вместе два тракториста могут вспахать поле за 24 часа рабочего времени, то получим уравнение $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 24 = 1$.

Заметим, что половину работы первый тракторист выполнит за $\frac{1/2}{1/x} = \frac{x}{2}$ часов, а второй – за $\frac{1/2}{1/y} = \frac{y}{2}$ часов. Зная, что, если сначала один из них вспашет половину поля, а затем его сменит другой, то всё поле будет вспахано за 49 часов, получим уравнение $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 49$.

Таким образом, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 24 = 1, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 49; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{24}, \\ x+y = 98; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 98, \\ xy = 98 \cdot 24; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 98, \\ xy = 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 98, \\ xy = 42 \cdot 56; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 42, \\ y = 56; \\ x = 56, \\ y = 42. \end{cases}$$

Так как в условии задачи не сказано, какой из трактористов работает быстрее, то возможны оба случая: первый тракторист вспашет поле за 42 часа, а второй – за 56 часов или первый – за 56 часов, а второй – за 42 часа.

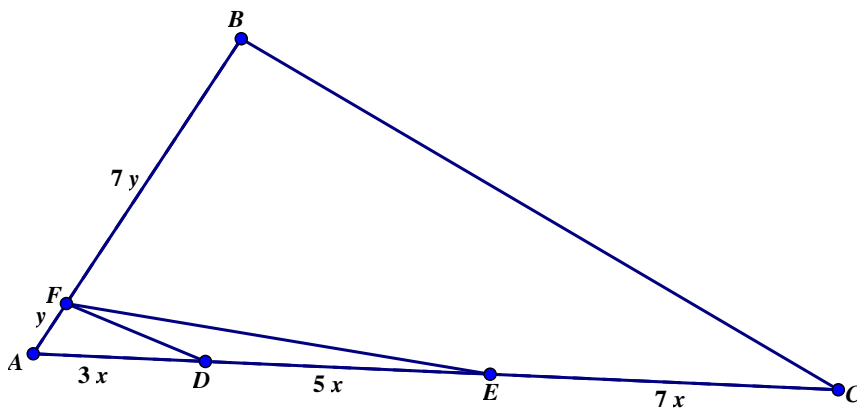
Ответ: 42 часа и 56 часов.

Геометрия

№4. (3 ұпай // 3 балла) ABC үшбұрышының AC қабырғасы D және E нүктелері арқылы $AD : DE : EC = 3 : 5 : 7$ қатынасында болатындай үш кесіндіге бөлінген. F нүктесі AB қабырғасын A нүктесінен бастап $1 : 7$ қатынасында бөледі. FDE үшбұрышының ауданы ABC үшбұрышының ауданының қандай бөлігін құрайды? //

Сторона AC треугольника ABC разделена на три отрезка точками D и E так, что $AD : DE : EC = 3 : 5 : 7$. Точка F делит сторону AB в отношении $1 : 7$, считая от точки A . Какую часть площади треугольника ABC составляет площадь треугольника FDE ?

Шешім:



Бір бұрышы бірдей болатын үшбұрыштардың қасиетін пайдалансақ:

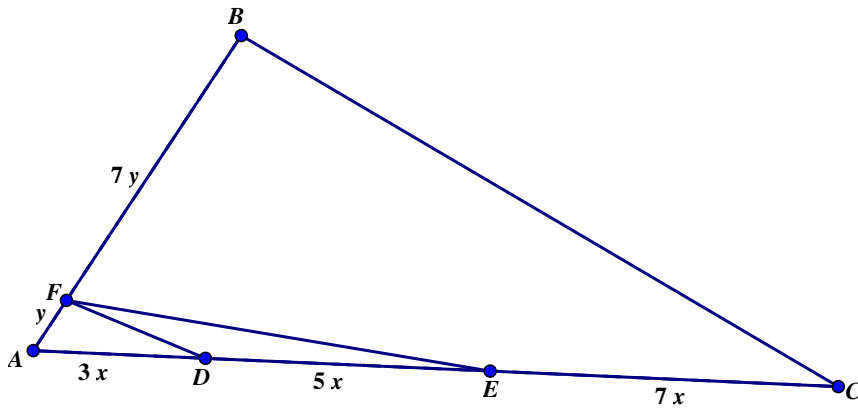
$$\frac{S_{AFE}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AE}{AB \cdot AC} = \frac{y \cdot 8x}{8y \cdot 15x} = \frac{1}{15} \Leftrightarrow S_{AFE} = \frac{1}{15} S_{ABC}.$$

Сол сияқты, $\frac{S_{AFD}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AD}{AB \cdot AC} = \frac{1}{40} \Leftrightarrow S_{AFD} = \frac{1}{40} S_{ABC}$.

Онда $S_{FDE} = S_{AFE} - S_{AFD} = \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{40}\right) S_{ABC} = \frac{1}{24} S_{ABC}$.

Жауабы: $\frac{1}{24}$. //

Решение.



Используем свойство треугольников, имеющих равный угол:

$$\frac{S_{AFE}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AE}{AB \cdot AC} = \frac{y \cdot 8x}{8y \cdot 15x} = \frac{1}{15} \Leftrightarrow S_{AFE} = \frac{1}{15} S_{ABC}.$$

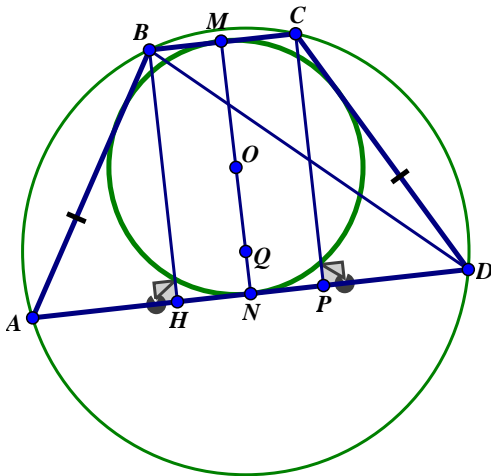
Аналогично, $\frac{S_{AFD}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AD}{AB \cdot AC} = \frac{1}{40} \Leftrightarrow S_{AFD} = \frac{1}{40} S_{ABC}.$

Тогда $S_{FDE} = S_{AFE} - S_{AFD} = \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{40}\right) S_{ABC} = \frac{1}{24} S_{ABC}.$

Ответ: $\frac{1}{24}.$

№5. (3 ұпай // 3 балла) Бүйір қабырғасы 13 және биіктігі 12 болатын тең бүйірлі трапецияға іштей шеңбер сызылған. Осы трапецияға сырттай сызылған шеңбердің радиусын табыңыз. //
 В равнобедренную трапецию с боковой стороной 13 и высотой 12 вписана окружность. Найдите радиус описанной вокруг этой трапеции окружности.

Шешімі:



$\triangle ABH$ тікбұрышты үшбұрышынан Пифагор теоремасы бойынша $AH = 5.$

Теңбүйірлі трапецияның қасиеті бойынша $AH = DP = 5.$

BC кесіндісін $BC = x$ деп белгілесек, $BCPH$ тіктөртбұрыш болғандықтан $HP = BC = x.$

Есеп шарты бойынша $ABCD$ трапециясына іштей шеңбер сызылған. Шеңберге сырттай сызылған төртбұрыштың қасиеті бойынша: $AB + CD = AD + BC \Leftrightarrow 2 \cdot 13 = (5 + x + 5) + x \Leftrightarrow x = 8.$

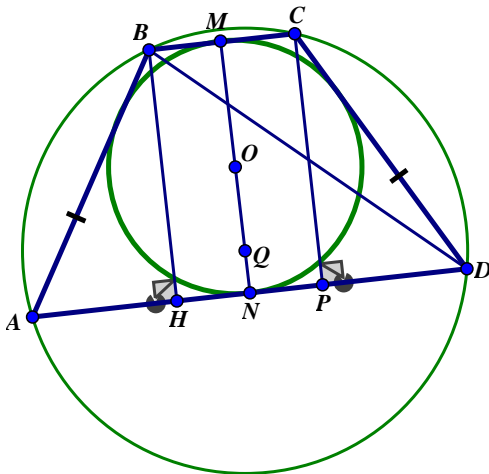
$\triangle BDH$ тік бұрышты үшбұрышында Пифагор теоремасы бойынша $BD = \sqrt{BH^2 + HD^2} = \sqrt{144 + 169} = \sqrt{313}.$

$ABCD$ трапециясы мен ABD үшбұрышына сырттай сызылған жалғыз шеңбер екенін байқаймыз. Ол шеңбердің центрі Q нүктесінде және радиусы $R = QA.$ Үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің радиусын табу формуласын пайдалансақ:

$$R = \frac{AB \cdot BD \cdot AD}{4S_{ABD}} = \frac{13 \cdot \sqrt{313} \cdot (5 + 8 + 5)}{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (5 + 8 + 5) \cdot 12} = \frac{13\sqrt{313}}{24}$$

Жауабы: $\frac{13\sqrt{313}}{24}$. //

Решение.



По теореме Пифагора изпрямоугольного $\triangle ABH$: $AH = 5$.

По свойству равнобедренной трапеции $AH = DP = 5$.

Обозначим отрезок $BC = x$ и заметим, что $BSPH$ – прямоугольник, то есть $HP = BC = x$.

По условию в трапецию $ABCD$ вписана окружность, то есть по свойству четырехугольника, описанного вокруг окружности: $AB + CD = AD + BC \Leftrightarrow 2 \cdot 13 = (5 + x + 5) + x \Leftrightarrow x = 8$.

По теореме Пифагора изпрямоугольного $\triangle BDH$: $BD = \sqrt{BH^2 + HD^2} = \sqrt{144 + 169} = \sqrt{313}$.

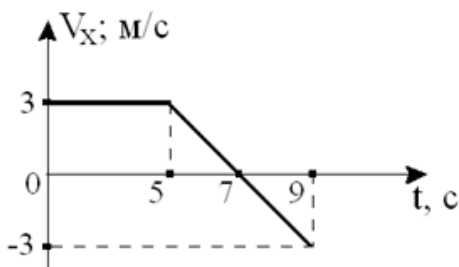
Заметим, что вокруг трапеции $ABCD$ и треугольника ABD описана одна и та же окружность – с центром в точке Q и радиусом $R = QA$. Тогда используем формулу радиуса окружности, описанной вокруг треугольника:

$$R = \frac{AB \cdot BD \cdot AD}{4S_{ABD}} = \frac{13 \cdot \sqrt{313} \cdot (5 + 8 + 5)}{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (5 + 8 + 5) \cdot 12} = \frac{13\sqrt{313}}{24}$$

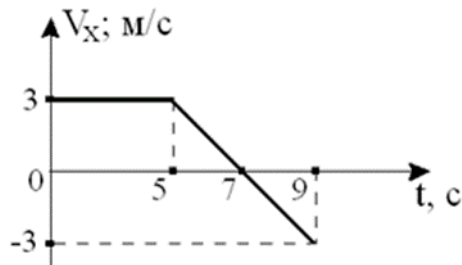
Ответ: $\frac{13\sqrt{313}}{24}$.

Физика

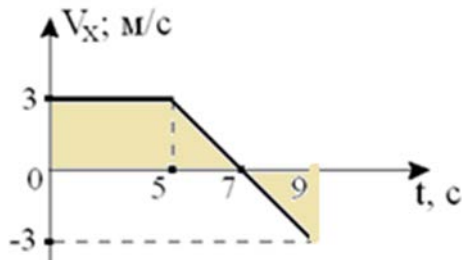
1. Суретте келтірілген график бойынша дененің тоғыз секунд ішінде жүріп өткен жолын анықтаңыз.



1. Используя информацию приведенную на рисунке, определить путь пройденный телом за девять секунд.



Шешуі: Дененің жүрген жолын графиктің астындағы ауданды есептеу арқылы анықтауға болады. Бірақ 7 с өткен соң дене жылдамдығының бағыты өзгертетінін ескеру қажет. Дененің 7 с ішінде жүрген жолын анықтау үшін трапецияның ауданын анықтаймыз.



$$s_1 = 18 \text{ м}$$

Дәл осы әдіспен дененің **қарама-қарсы** бағытта 7-інші секундтан 9 секунд аралығында жүрген жолын анықтаймыз. (үшбұрыштың ауданы)

$$s_2 = 3 \text{ м}$$

Толық жүрілген жол:

$$s = s_1 + s_2 = 21 \text{ м}$$

Жауабы: $s = 21 \text{ м}$

2. Температурасы $t = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ және массасы $m_1 = 200 \text{ г}$ суы бар ыдыстың ішіне массасы $m_2 = 100 \text{ г}$ мұз салынған. Егер жылу алмасудан кейін орныққан температура $\theta = 5 \text{ }^\circ\text{C}$ болса, онда мұздың бастапқы температурасын анықтаңыз. Мұздың меншікті балқу жылуы $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$, мұздың меншікті жылу сыйымдылығы $C_1 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$, судың меншікті жылу сыйымдылығы $C_2 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$. Ыдыстың жылу сыйымдылығы $C = 760 \text{ Дж/К}$.

Шешуі: Ыдыстың салқындау кезінде жоғалтқан жылу мөлшері

$$Q_1 = C(t - \theta)$$

Сонымен қатар судың салқындауы кезінде жоғалтқан жылу мөлшерін анықтаймыз

$$Q_2 = C_2 m_1 (t - \theta)$$

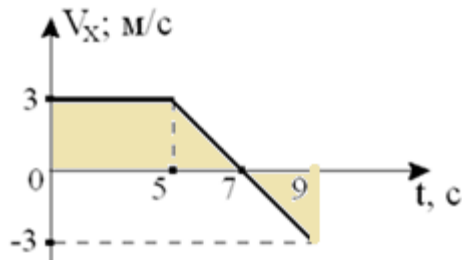
Ал мұздың жылуы кезінде қабылдайтын жылу мөлшері

$$Q_3 = C_1 m_2 (0^\circ\text{C} - t_0) + \lambda m_2 + C_2 m_2 (\theta - 0^\circ\text{C})$$

Мұндағы t_0 – мұздың бастапқы температурасы. Энергияның сақталу заңы бойынша

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

Решение: Путь можно определить через нахождения площади под графиком. Надо учесть, что после 7 секунды скорость тела меняет направления. Определим путь пройденный телом за 7 секунд. Для этого находим площадь трапеции.



$$s_1 = 18 \text{ м}$$

Затем таким же способом находим путь пройденный телом в обратном направлении от 7 до 9 секунды. (площадь треугольника)

$$s_2 = 3 \text{ м}$$

Весь путь определяется сложением пути на каждом участке. Таким образом

$$s = s_1 + s_2 = 21 \text{ м}$$

Ответ: $s = 21 \text{ м}$

2. В сосуд с водой массой $m_1 = 200 \text{ г}$ при $t = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ поместили $m_2 = 100 \text{ г}$ льда. Определите начальную температуру льда, если после теплообмена установилась температура $\theta = 5 \text{ }^\circ\text{C}$. ? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$, удельная теплоемкость льда $C_1 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$, удельная теплоемкость воды $C_2 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$. Теплоемкость сосуда равна $C = 760 \text{ Дж/К}$.

Решение: Потерянное количество теплоты сосуда при охлаждении равна

$$Q_1 = C(t - \theta)$$

Также определяем количество теплоты, потерянную при охлаждении воды в сосуде.

$$Q_2 = C_2 m_1 (t - \theta)$$

А лёд получает количество теплоты при нагревании

$$Q_3 = C_1 m_2 (0^\circ\text{C} - t_0) + \lambda m_2 + C_2 m_2 (\theta - 0^\circ\text{C})$$

где t_0 – начальная температура льда. По закону сохранения энергии:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

Решив уравнения, получаем ответ

Теңдеуді шешу арқылы жауабын анықтаймыз.

$$t_0 = - \frac{(C + C_2 m_1)(t - \theta) - m_2(\lambda + C_2 \theta)}{C_1 m_2} = -23,3^\circ\text{C}$$

Жауабы: $t_0 = -23,3^\circ\text{C}$

3.Вакуумде заряды 10мкКл шардың центрінен 3 см биіктікте орналасқан тозақ (пылинка) тепе-теңдік күйде болуы үшін, ол қанша электронның жоғалтуы қажет? Тозақтың массасы 6,4 г.

Шешуі: Тозақ тыныштық күйде орналасқандықтан, оған әсер ететін күштердің қосындысы нөлге теңеседі. Демек тозаққа әсер ететін Жердің ауырлық күші және Кулон күші өзара теңеседі.

$$mg = k \frac{q \cdot q_0}{r^2}$$

Мұндағы q_0 - тозақтың заряды. Оны жоғалған электрондар саны арқылы өрнектеуге болады.

$$q_0 = eN$$

$$mg = k \frac{qeN}{r^2}$$

Осыдан жауабын анықтаймыз

$$N = \frac{mgr^2}{kqe} = 4 \cdot 10^9$$

Жауабы: $N = 4 \cdot 10^9$

4.Егер кескін мен нәрсенің арақашықтығы $l = 5,0$ см және үлкеюі $\Gamma = 0,5$ болса, онда шашыратқыш линзаның фокус аралығын анықтаңыз.

Шешуі: Кескінде көрсетілгендей $l = d - f$ және линзаның ұлғайту формуласы

$$\Gamma = \frac{h}{H} = \frac{f}{d}$$

Осыдан $d = \frac{l}{1-\Gamma} = 10$ см және $f = \frac{l \cdot \Gamma}{1-\Gamma} = 5$ см екенін анықтауға болады.

Шашыратқыш жұқа линза формуласы

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$$

Осыдан жауабы

$$t_0 = - \frac{(C + C_2 m_1)(t - \theta) - m_2(\lambda + C_2 \theta)}{C_1 m_2} = -23,3^\circ\text{C}$$

Отвѐт: $t_0 = -23,3^\circ\text{C}$

3.Сколько электронов должна потерять пылинка массой 6,4 г, чтобы находясь в вакууме на расстоянии 3 см от центра шарика, обладающего зарядом 10мкКл оставаться в равновесии?

Решение: Так как пылинка находится в равновесии, то сумма всех сил действующих на неё должно равняться нулю. На пылинку действуют сила притяжения Земли и сила Кулона.

$$mg - F = 0$$

$$mg = k \frac{q \cdot q_0}{r^2}$$

где q_0 - заряд пылинки. Его можно выразить через число потерянных электронов.

$$q_0 = eN$$

$$mg = k \frac{qeN}{r^2}$$

Отсюда получаем ответ

$$N = \frac{mgr^2}{kqe} = 4 \cdot 10^9$$

Отвѐт: $N = 4 \cdot 10^9$

4.Определите фокусное расстояние рассеивающей линзы, если она дает изображение предмета на расстоянии $l = 5,0$ см от самого предмет, а увеличение $\Gamma = 0,5$.

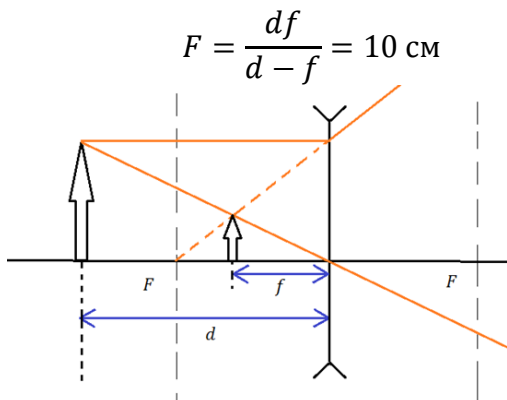
Решение: По чертежу видно, что $l = d - f$. А формула увеличения линзы

$$\Gamma = \frac{h}{H} = \frac{f}{d}$$

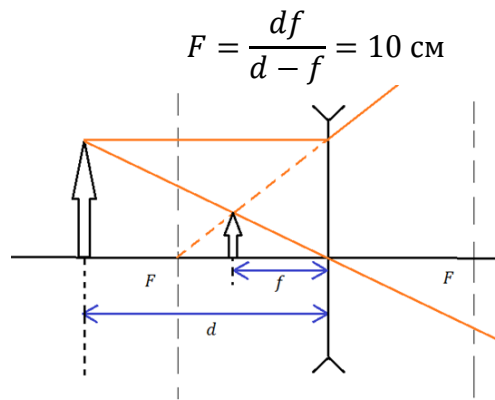
Отсюда можно определить, что $d = \frac{l}{1-\Gamma} = 10$ см и $f = \frac{l \cdot \Gamma}{1-\Gamma} = 5$ см.

Применив уравнение тонкой рассеивающей линзы,

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$$



Жауабы: $F = 10 \text{ см}$



Ответ: $F = 10 \text{ см}$

Әр есепті бағалау критерийлері: // Критерий оценивания каждой задачи:

0 ұпай // 0 баллов – есеп шығарылмаған // задача не решена.

1 ұпай // 1 балл – жауабы дұрыс, есепті шығару жолы көрсетілмеген НЕМЕСЕ есепті шығару жолы дұрыс бірақ шешімі аяғына дейін көрсетілмеген // ответ верный, решения нет ИЛИ идея решения верная, но решение не доведено до конца.

2 ұпай // 2 балла – шығару жолы толық емес, бірақ жауабы дұрыс НЕМЕСЕ шығару жолы толық көрсетілген, бірақ есептеуде техникалық қате жіберілген. // неполное решение с правильным ответом ИЛИ решение корректное и полное, но допущена техническая ошибка.

3 ұпай // 3 балла – дұрыс және толық шығару жолы көрсетілген, жауабы дұрыс // корректное и полное решение, верный ответ.

9-сыныпқа түсу емтиханы бойынша шешімдер мен бағалау критерийлері // Решения и критерий оценивания вступительного экзамена в 9 класс
20 тамыз 2020 // 20 августа 2020

Екінші нұсқа // Второй вариант

Алгебра

№1. (3 ұпай // 3 балла) Теңдеуді шешіңіз:// Решите уравнение:

$$9\left(\frac{x}{3} + \frac{5}{6}\right)^4 + 14\left(\frac{x}{3} + \frac{5}{6}\right)^2 - 8 = 0$$

Шешім.

Жаңа айнымалы енгіземіз: $t = \left(\frac{x}{3} + \frac{5}{6}\right)^2$, мұндағы $t \geq 0$. Берілген теңдеу келесі түрге келеді: $9t^2 + 14t - 8 = 0$.

Теңдеудің шешімдерін Виеттің жалпыланған теоремасы бойынша немесе жұп коэффициент үшін дискриминантты пайдаланып табуға болады: $t = -2$ немесе $t = \frac{4}{9}$. Бірақ $t \geq 0$ болғандықтан $t = -2$ түбірі берілген шартты қанағаттандырмайды.

Табылған мәнді бастапқы енгізген айнымалының орнына қойсақ:

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{3} + \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{4}{9} &\Leftrightarrow \left(\frac{x}{3} + \frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{3} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{x}{3} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{1}{6} = 0, \\ \frac{x}{3} + \frac{3}{2} = 0; \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -0,5; \\ x = -4,5. \end{cases} \end{aligned}$$

Жауабы: $x \in \{-4, 5; -0, 5\}$. //

Решение.

Введем замену переменной: $t = \left(\frac{x}{3} + \frac{5}{6}\right)^2$ и заметим, что $t \geq 0$. Тогда исходное уравнение примет вид: $9t^2 + 14t - 8 = 0$.

Корни данного уравнения можно найти по обобщенной теореме Виета или с помощью формулы дискриминанта для четного коэффициента: $t = -2$ или $t = \frac{4}{9}$. Но так как $t \geq 0$, то корень $t = -2$ является посторонним.

Возвращаясь к исходной переменной, получим:

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{3} + \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{4}{9} &\Leftrightarrow \left(\frac{x}{3} + \frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{3} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right)\left(\frac{x}{3} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{1}{6} = 0, \\ \frac{x}{3} + \frac{3}{2} = 0; \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -0,5; \\ x = -4,5. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $x \in \{-4, 5; -0, 5\}$.

№2. (3 ұпай // 3 балла) Теңсіздікті шешіңіз:// Решите неравенство:

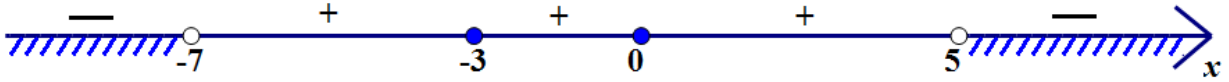
$$\frac{x^4 + 6x^3 + 9x^2}{(x + 7)^3(5 - x)^7} \leq 0$$

Шешім:

$$\frac{x^4 + 6x^3 + 9x^2}{(x + 7)^3(5 - x)^7} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2(x + 3)^2}{(x + 7)^3(5 - x)^7} \leq 0$$

Интервалдар әдісін пайдаланайық.

Алымының нөлдері ($x = 0$ и $x = -3$) жұп дәрежелі, бөлімінің нөлдері ($x = -7$ и $x = 5$) тақ дәрежелі функцияның түбірлері болады. Онда:



Әрбір аралыққа таңбасын қойып, жауабын аламыз: $x \in (-\infty; -7) \cup \{-3; 0\} \cup (5; +\infty)$.

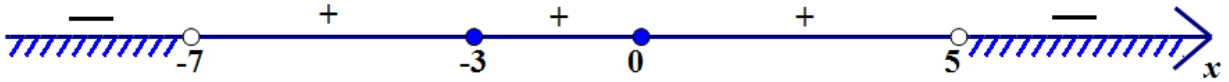
Жауабы: $x \in (-\infty; -7) \cup \{-3; 0\} \cup (5; +\infty)$. //

Решение.

$$\frac{x^4 + 6x^3 + 9x^2}{(x+7)^3(5-x)^7} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2(x+3)^2}{(x+7)^3(5-x)^7} \leq 0$$

Используем метод интервалов.

Нули числителя ($x = 0$ и $x = -3$) являются корнями четной степени, нули знаменателя ($x = -7$ и $x = 5$) – корнями нечетной степени. Тогда:



Расставив знаки на каждом промежутке, выпишем ответ: $x \in (-\infty; -7) \cup \{-3; 0\} \cup (5; +\infty)$.

Ответ: $x \in (-\infty; -7) \cup \{-3; 0\} \cup (5; +\infty)$.

№3. (3 ұпай // 3 балла) Екі ұста бірге жұмыс жасай отырып тапсырманы 12 күнде бітіреді. Егер тапсырманың жартысын олардың бірі, қалғанын екіншісі алмастырып орындаса 25 күн кетеді. Олардың әрқайсысы осы тапсырманы қанша уақытта бітіреді? //

Два плотника, выполняя задание вместе, могли бы закончить его за 12 дней. Если же сначала будет работать только один из них и выполнит половину всего задания, а затем его сменит другой, то все задание будет выполнено за 25 дней. За сколько дней каждый из них выполнит это задание?

Шешім:

Бірінші ұста жалғыз өзі тапсырманы x күнде, екіншісі y күнде орындасын. Барлық тапсырманы 1 деп алайық. Онда бірінші ұстаның еңбек өнімділігі (тапсырманың 1 күнде жасайтын бөлігі) $\frac{1}{x}$, екіншінікі $-\frac{1}{y}$, ал екеуінің бірігіп істеген еңбек өнімділігі $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ болады.

Есеп шарты бойынша екі ұста бірге тапсырманы 12 күнде орындайтындықтан, $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 12 = 1$ теңдеуін құрамыз.

Тапсырманың жартысын бірінші ұста $\frac{1/2}{1/x} = \frac{x}{2}$ күнде, ал екіншісі $-\frac{1/2}{1/y} = \frac{y}{2}$ күнде орындайды. Егер тапсырманың жартысын бірінші ұста, қалған жартысын екінші ұста орындап, тапсырма 25 күнде орындалса, теңдеу $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 25$ түрінде құрылады.

Екі теңдеуден теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 12 = 1, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 25; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{12}, \\ x+y = 50; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 50, \\ xy = 50 \cdot 12; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 50, \\ xy = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 50, \\ xy = 20 \cdot 30; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20, \\ y = 30; \\ x = 30, \\ y = 20. \end{cases}$$

Есеп шартында қай ұста жылдам істейтіні айтылмағандықтан екі түрлі жағдай болуы мүмкін: бірінші ұста тапсырманы 20 күнде, ал екіншісі 30 күнде немесе бірінші ұста 30 күнде, ал екіншісі 20 күнде орындайды.

Жауабы: 20 күн және 30 күн. //

Решение.

Пусть за x дней выполнит задание первый плотник, за y дней – второй плотник. Примем всё задание за 1. Тогда производительность (часть задания, выполненная за 1 день) первого плотника равна $\frac{1}{x}$, второго $-\frac{1}{y}$, а производительность труда во время их совместной работы будет составлять $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Так как по условию задачи вместе два плотника могут закончить задание за 12 дней, то получим уравнение $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 12 = 1$.

Заметим, что половину задания первый плотник выполнит за $\frac{1/2}{1/x} = \frac{x}{2}$ дней, а второй – за $\frac{1/2}{1/y} = \frac{y}{2}$ дней. Зная, что, если сначала будет работать только один из них и выполнит половину всего задания, а затем его сменит другой, то все задание будет выполнено за 25 дней, получим уравнение $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 25$.

Таким образом, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 12 = 1, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 25; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{12}, \\ x+y = 50; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 50, \\ xy = 50 \cdot 12; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 50, \\ xy = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 50, \\ xy = 20 \cdot 30; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20, \\ y = 30; \\ x = 30, \\ y = 20. \end{cases}$$

Так как в условии задачи не сказано, какой из плотников работает быстрее, то возможны оба случая: первый плотник выполнит задание за 20 дней, а второй – за 30 дней или первый – за 30 дней, а второй – за 20 дней.

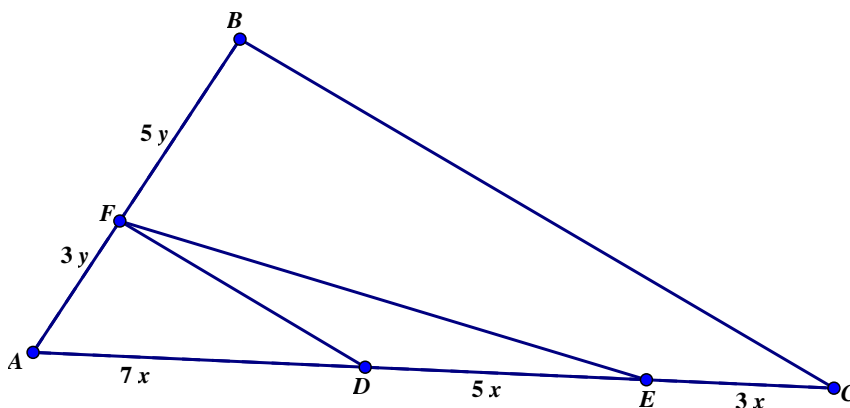
Ответ: 20 дней и 30 дней.

Геометрия

№4. (3 ұпай // 3 балла) ABC үшбұрышының AC қабырғасы D және E нүктелері арқылы $AD : DE : EC = 7 : 5 : 3$ қатынасында болатындай үш кесіндіге бөлінген. F нүктесі AB қабырғасын A нүктесінен бастап $3 : 5$ қатынасында бөледі. FDE үшбұрышының ауданы ABC үшбұрышының ауданының қандай бөлігін құрайды? //

Сторона AC треугольника ABC разделена на три отрезка точками D и E так, что $AD : DE : EC = 7 : 5 : 3$. Точка F делит сторону AB в отношении $3 : 5$, считая от точки A . Какую часть площади треугольника ABC составляет площадь треугольника FDE ?

Шешімі:



Бір бұрышы бірдей болатын үшбұрыштардың қасиетін пайдалансақ:

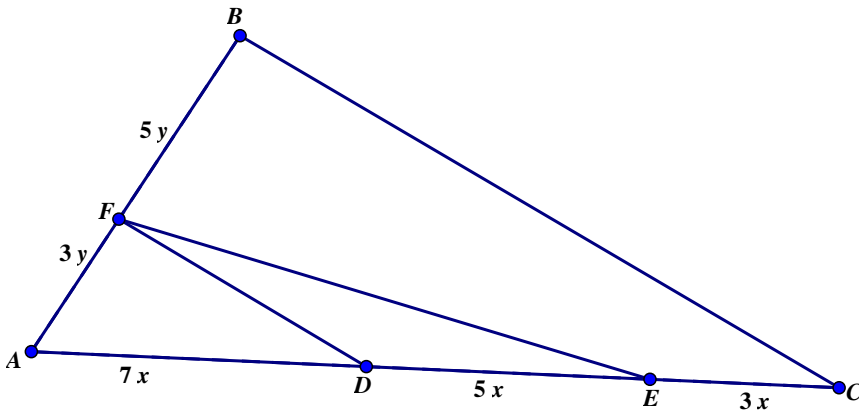
$$\frac{S_{AFE}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AE}{AB \cdot AC} = \frac{3y \cdot 12x}{8y \cdot 15x} = \frac{3}{10} \Leftrightarrow S_{AFE} = \frac{3}{10} S_{ABC}.$$

Сол сияқты, $\frac{S_{AFD}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AD}{AB \cdot AC} = \frac{7}{40} \Leftrightarrow S_{AFD} = \frac{7}{40} S_{ABC}.$

Онда $S_{FDE} = S_{AFE} - S_{AFD} = \left(\frac{3}{10} - \frac{7}{40}\right) S_{ABC} = \frac{1}{8} S_{ABC}.$

Жауабы: $\frac{1}{8}$. //

Решение.



Используем свойство треугольников, имеющих равный угол:

$$\frac{S_{AFE}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AE}{AB \cdot AC} = \frac{3y \cdot 12x}{8y \cdot 15x} = \frac{3}{10} \Leftrightarrow S_{AFE} = \frac{3}{10} S_{ABC}.$$

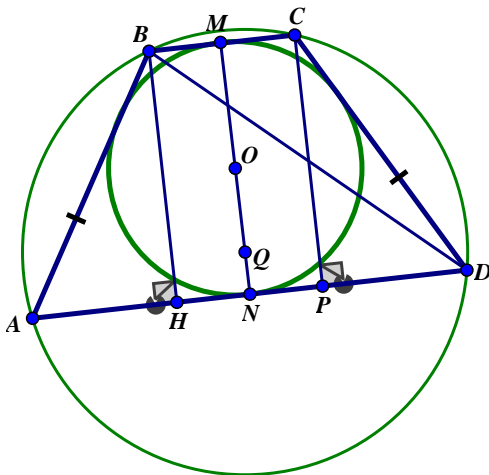
Аналогично, $\frac{S_{AFD}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AD}{AB \cdot AC} = \frac{7}{40} \Leftrightarrow S_{AFD} = \frac{7}{40} S_{ABC}.$

Тогда $S_{FDE} = S_{AFE} - S_{AFD} = \left(\frac{3}{10} - \frac{7}{40}\right) S_{ABC} = \frac{1}{8} S_{ABC}.$

Ответ: $\frac{1}{8}.$

№5. (3 ұпай // 3 балла) Бүйір қабырғасы 25 және биіктігі 24 болатын тең бүйірлі трапецияға іштей шеңбер сызылған. Осы трапецияға сырттай сызылған шеңбердің радиусын табыңыз. // В равнобедренную трапецию с боковой стороной 25 и высотой 24 вписана окружность. Найдите радиус описанной вокруг этой трапеции окружности.

Шешім:



$\triangle ABH$ тікбұрышты үшбұрышынан Пифагор теоремасы бойынша $AH = 7.$

Теңбүйірлі трапецияның қасиеті бойынша $AH = DP = 7.$

BC кесіндісін $BC = x$ деп белгілесек, $BCPH$ тіктөртбұрыш болғандықтан $HP = BC = x.$

Есеп шарты бойынша $ABCD$ трапециясына іштей шеңбер сызылған. Шеңберге сырттай сызылған төртбұрыштың қасиеті бойынша:

$$AB + CD = AD + BC \Leftrightarrow 2 \cdot 25 = (7 + x + 7) + x \Leftrightarrow x = 18.$$

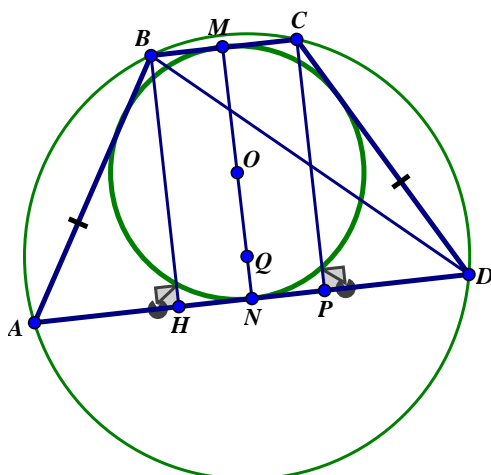
$$\triangle BDH \text{ тік бұрышты үшбұрышында Пифагор теоремасы бойынша } BD = \sqrt{BH^2 + HD^2} = \sqrt{576 + 625} = \sqrt{1201}.$$

$ABCD$ трапециясы мен ABD үшбұрышына сырттай сызылған жалғыз шеңбер екенін байқаймыз. Ол шеңбердің центрі Q нүктесінде және радиусы $R = QA.$ Үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің радиусын табу формуласын пайдалансақ:

$$R = \frac{AB \cdot BD \cdot AD}{4S_{ABD}} = \frac{25 \cdot \sqrt{1201} \cdot (7 + 18 + 7)}{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (7 + 18 + 7) \cdot 24} = \frac{25\sqrt{1201}}{48}$$

Жауабы: $\frac{25\sqrt{1201}}{48}$. //

Решение.



По теореме Пифагора из прямоугольного $\triangle ABH$: $AH = 7$.

По свойству равнобедренной трапеции $AH = DP = 7$.

Обозначим отрезок $BC = x$ и заметим, что $BCPH$ – прямоугольник, то есть $HP = BC = x$.

По условию в трапецию $ABCD$ вписана окружность, то есть по свойству четырехугольника, описанного вокруг окружности: $AB + CD = AD + BC \Leftrightarrow 2 \cdot 25 = (7 + x + 7) + x \Leftrightarrow x = 18$.

По теореме Пифагора из прямоугольного $\triangle BDH$: $BD = \sqrt{BH^2 + HD^2} = \sqrt{576 + 625} = \sqrt{1201}$.

Заметим, что вокруг трапеции $ABCD$ и треугольника ABD описана одна и та же окружность – с центром в точке Q и радиусом $R = QA$. Тогда используем формулу радиуса окружности, описанной вокруг треугольника:

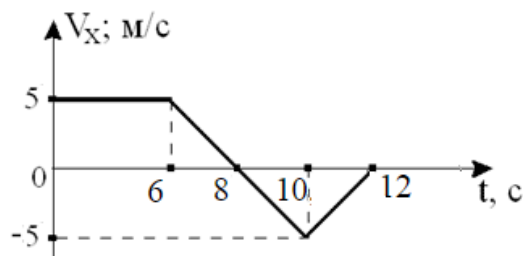
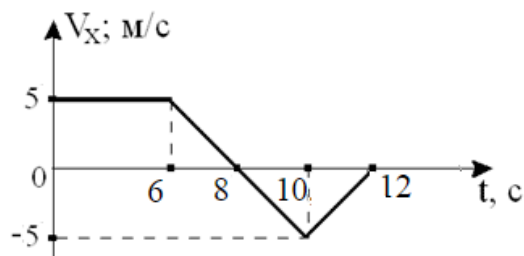
$$R = \frac{AB \cdot BD \cdot AD}{4S_{ABD}} = \frac{25 \cdot \sqrt{1201} \cdot (7 + 18 + 7)}{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (7 + 18 + 7) \cdot 24} = \frac{25\sqrt{1201}}{48}$$

Ответ: $\frac{25\sqrt{1201}}{48}$.

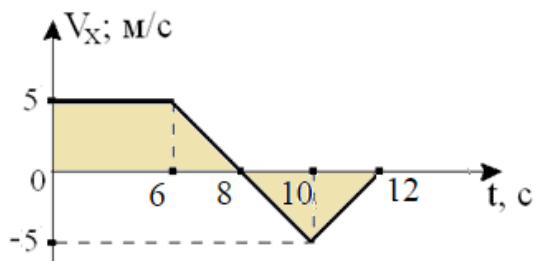
Физика

1. Суреттер келтірілген график бойынша дененің 12 секунд ішіндегі орын ауыстыру модулін анықтаңыз.

1. Используя информацию приведенную на рисунке, определить модуль перемещения тела за 12 секунд.



Шешуі: Графиктің астындағы ауданды табу арқылы орын ауыстыруды анықтауға болады. 8 секундтан кейін дене жылдамдығы бағытын өзгертетінін ескеру керекпіз. 8 секунд уақыттағы орын ауыстыруды анықтайық, ол үшін трапецияның ауданын табамыз.



$$l_1 = 35 \text{ м}$$

Осындай әдіспен 8 және 12 секунд аралығындағы орын ауыстыруды табамыз (үшбұрыштың ауданы):

$$l_2 = -10 \text{ м}$$

Барлық уақыттағы орын ауыстыру модулін әр бөліктегі орын ауыстыру проекцияларын қосу арқылы табамыз. Яғни:

$$l = l_1 + l_2 = 25 \text{ м}$$

Жауабы: $l = 25 \text{ м}$

2. Температурасы $t = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ және массасы $m_1 = 200 \text{ г}$ суы бар ыдыстың ішіне температурасы $t_1 = -5 \text{ }^\circ\text{C}$, массасы $m_2 = 80 \text{ г}$ мұз салынған. Орныққан температураны анықтаңыз. Мұздың меншікті балқу жылуы $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$, мұздың меншікті жылу сыйымдылығы $C_1 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$, судың меншікті жылу сыйымдылығы $C_2 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$. Ыдыстың жылу сыйымдылығы $C = 660 \text{ Дж/К}$

Шешуі: Ыдыстың салқындау кезінде жоғалтқан жылу мөлшері

$$Q_1 = C(t - \theta)$$

Сонымен қатар судың салқындауы кезінде жоғалтқан жылу мөлшерін анықтаймыз

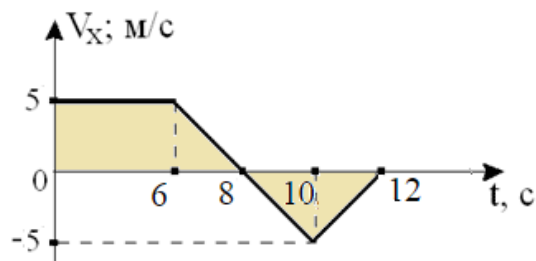
$$Q_2 = C_2 m_1 (t - \theta)$$

Ал мұздың жылуы кезінде қабылдайтын жылу мөлшері

$$Q_3 = C_1 m_2 (0^\circ\text{C} - t_1) + \lambda m_2 + C_2 m_2 (\theta - 0^\circ\text{C})$$

Мұндағы t_1 – мұздың бастапқы температурасы. Энергияның сақталу

Решение: Перемещение можно определить через нахождения площади под графиком. Надо учесть, что после 8 секунды скорость тела меняет направления. Определим проекцию перемещения тела за 8 секунд. Для этого находим площадь трапеции.



$$l_1 = 35 \text{ м}$$

Затем таким же способом находим проекцию перемещения тела в обратном направлении между 8 и 12 секундами. (площадь треугольника)

$$l_2 = -10 \text{ м}$$

Модуль перемещения за все время определятся сложением проекции перемещения на каждом участке. Таким образом

$$l = l_1 + l_2 = 25 \text{ м}$$

Ответ: $l = 25 \text{ м}$

2. В сосуд с водой массой $m_1 = 200 \text{ г}$ при $t = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ поместили $m_2 = 80 \text{ г}$ льда при $t_1 = -5 \text{ }^\circ\text{C}$. Какая установится температура? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$, удельная теплоемкость льда $C_1 = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$, удельная теплоемкость воды $C_2 = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$. Теплоемкость сосуда равна $C = 660 \text{ Дж/К}$

Решение: Потерянная количество теплоты сосуда при охлаждении равна

$$Q_1 = C(t - \theta)$$

Также определяем количество теплоты, потерянную при охлаждении воды в сосуде.

$$Q_2 = C_2 m_1 (t - \theta)$$

А лёд получает количество теплоты при нагревании

$$Q_3 = C_1 m_2 (0^\circ\text{C} - t_1) + \lambda m_2 + C_2 m_2 (\theta - 0^\circ\text{C})$$

где t_1 – начальная температура льда. По

заңы бойынша:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

Теңдеуді шешу арқылы жауабын анықтаймыз.

$$\theta = \frac{(C + C_2 m_1)t - m_2(\lambda - C_1 t_1)}{(C + C_2 m_1 + C_2 m_2)} = 9,7^\circ\text{C}$$

Жауабы: $\theta = 9,7^\circ\text{C}$

3. Вакуумде зарядталған шардың центрінен 4 см биіктікте орналасқан массасы 9,0 г тозаң (пылинка) тепе-теңдік күйде орналасқан. Егер тозаңда 10^{14} артық электрон болса, онда шардың зарядын анықтаңыз. Электронның электр заряды $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Шешуі: Тозаң тыныштық күйде орналасқандықтан, оған әсер ететін күштердің қосындысы нөлге теңеседі. Демек тозаңға әсер ететін Жердің ауырлық күші және Кулон күші өзара теңеседі.

$$mg = k \frac{q \cdot q_0}{r^2}$$

Мұндағы q – шариктің заряды, ал q_0 – тозаңның заряды. Оны артық электрондар саны арқылы өрнектеуге болады. Электронның теріс зарядты екенін ескеру керек

$$q_0 = -eN$$

$$mg = -k \frac{qeN}{r^2}$$

Осыдан жауабын анықтаймыз

$$q = -\frac{mgr^2}{Nke} = -1 \cdot 10^{-15} \text{ Кл}$$

Жауабы: $q = -1 \cdot 10^{-15}$ Кл

4. Егер шашыратқыш линзаның оптикалық күші $D = -9$ дптр және улкеуі $\Gamma = 0,4$ болса, онда осы линза арқылы алынған кескін мен нәрсенің арақашықтығын анықтаңыз.

Шешуі: Кескінде көрсетілгендей $l = d - f$ және линзаның ұлғайту

закону сохранения энергии:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

Решив уравнения, получаем ответ

$$\theta = \frac{(C + C_2 m_1)t - m_2(\lambda - C_1 t_1)}{(C + C_2 m_1 + C_2 m_2)} = 9,7^\circ\text{C}$$

Ответ: $\theta = 9,7^\circ\text{C}$

3. Пылинка массой 9,0 г имеет 10^{14} лишних электронов и находится в равновесии в вакууме на расстоянии 4 см от центра заряженного шарика. Определите заряд шарика? Электрический заряд электрона равен $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Решение: Так как пылинка находится в равновесии, то сумма всех сил действующих на неё должно равняться нулю. На пылинку действуют сила притяжения Земли и сила Кулона.

$$mg - F = 0$$

$$mg = k \frac{q \cdot q_0}{r^2}$$

где q – заряд шарика, а q_0 – заряд пылинки. Его можно выразить через число лишних электронов. Надо учесть, что электрон имеет отрицательный заряд.

$$q_0 = -eN$$

$$mg = -k \frac{qeN}{r^2}$$

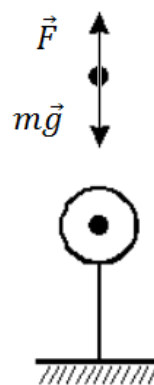
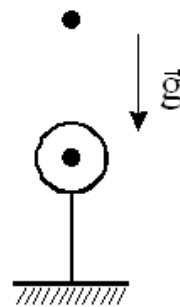
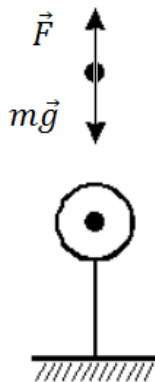
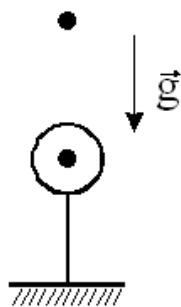
Отсюда получаем ответ

$$q = -\frac{mgr^2}{Nke} = -1 \cdot 10^{-15} \text{ Кл}$$

Ответ: $q = -1 \cdot 10^{-15}$ Кл

4. Определите расстояние между предметом и изображением, полученной рассеивающей линзой, если оптическая сила линзы равно $D = -9$ дптр, а увеличение $\Gamma = 0,4$.

Решение: По чертежу видно, что $l = d - f$. А формула увеличения линзы



$$\Gamma = \frac{h}{H} = \frac{f}{d}$$

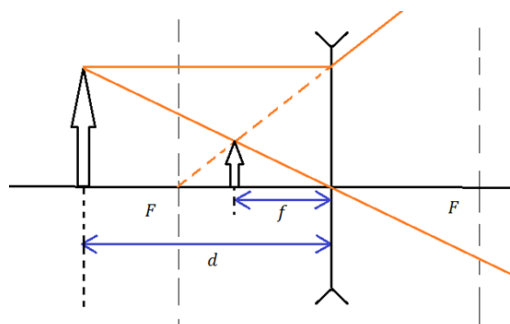
Осыдан $d = \frac{l}{1-\Gamma}$ және $f = \frac{l \cdot \Gamma}{1-\Gamma}$ екенін анықтауға болады. Шашыратқыш жұқа линза формуласы

$$D = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$$

Осыдан жауабы

$$D = \frac{1-\Gamma}{l} - \frac{1-\Gamma}{l \cdot \Gamma} = -\frac{(1-\Gamma)^2}{l \cdot \Gamma}$$

$$l = -\frac{(1-\Gamma)^2}{D \cdot \Gamma} = 10 \text{ см}$$



Жауабы: $l = 10 \text{ см}$

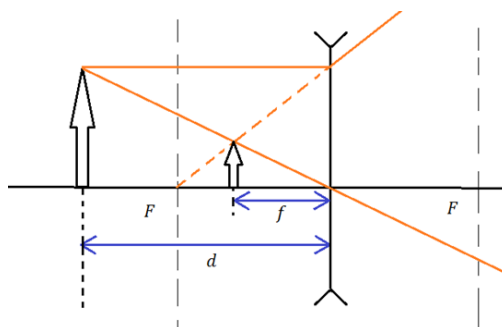
$$\Gamma = \frac{h}{H} = \frac{f}{d}$$

Отсюда можно определить, что $d = \frac{l}{1-\Gamma}$ и $f = \frac{l \cdot \Gamma}{1-\Gamma}$. Применив уравнение тонкой рассеивающей линзы,

$$D = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$$

$$D = \frac{1-\Gamma}{l} - \frac{1-\Gamma}{l \cdot \Gamma} = -\frac{(1-\Gamma)^2}{l \cdot \Gamma}$$

$$l = -\frac{(1-\Gamma)^2}{D \cdot \Gamma} = 10 \text{ см}$$



Ответ: $l = 10 \text{ см}$

Әр есепті бағалау критерийлері: // Критерий оценивания каждой задачи:

0 ұпай // 0 баллов – есеп шығарылмаған // задача не решена.

1 ұпай // 1 балл – жауабы дұрыс, есепті шығару жолы көрсетілмеген НЕМЕСЕ есепті шығару жолы дұрыс бірақ шешімі аяғына дейін көрсетілмеген // ответ верный, решения нет ИЛИ идея решения верная, но решение не доведено до конца.

2 ұпай // 2 балла – шығару жолы толық емес, бірақ жауабы дұрыс НЕМЕСЕ шығару жолы толық көрсетілген, бірақ есептеуде техникалық қате жіберілген. // неполное решение с правильным ответом ИЛИ решение корректное и полное, но допущена техническая ошибка.

3 ұпай // 3 балла – дұрыс және толық шығару жолы көрсетілген, жауабы дұрыс // корректное и полное решение, верный ответ.

9-сыныпқа түсу емтиханы бойынша шешімдер мен бағалау критерийлері // Решения и критерий оценивания вступительного экзамена в 9 класс
20 тамыз 2020 // 20 августа 2020

Үшінші нұсқа // Третий вариант

Алгебра

№1. (3 ұпай // 3 балла) Теңдеуді шешіңіз:// Решите уравнение:

$$4\left(2x - \frac{1}{6}\right)^4 + 7\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 - 2 = 0$$

Шешім:

Жаңа айнымалы енгіземіз: $t = \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2$, мұндағы $t \geq 0$. Онда берілген теңдеу келесідей түрде болады: $4t^2 + 7t - 2 = 0$.

Бұл теңдеудің шешімдерін Виеттің жалпыланған теоремасы бойынша немесе дискриминантты пайдаланып табамыз: $t = -2$ немесе $t = \frac{1}{4}$. Бірақ $t \geq 0$ болғандықтан, $t = -2$ түбірі берілген шартты қанағаттандырмайды.

Табылған мәнді бастапқы енгізген айнымалының орнына қойсақ:

$$\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(2x - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right)\left(2x - \frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{2}{3} = 0, \\ 2x + \frac{1}{3} = 0; \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3}; \\ x = -\frac{1}{6}. \end{cases}$$

Жауабы: $x \in \left\{-\frac{1}{6}; \frac{1}{3}\right\}$. //

Решение.

Введем замену переменной: $t = \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2$ и заметим, что $t \geq 0$. Тогда исходное уравнение примет вид: $4t^2 + 7t - 2 = 0$.

Корни данного уравнения можно найти по обобщенной теореме Виета или с помощью формулы дискриминанта: $t = -2$ или $t = \frac{1}{4}$. Но так как $t \geq 0$, то корень $t = -2$ является посторонним.

Возвращаясь к исходной переменной, получим:

$$\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(2x - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right)\left(2x - \frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{2}{3} = 0, \\ 2x + \frac{1}{3} = 0; \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3}; \\ x = -\frac{1}{6}. \end{cases}$$

Ответ: $x \in \left\{-\frac{1}{6}; \frac{1}{3}\right\}$.

№2. (3 ұпай // 3 балла) Теңсіздікті шешіңіз:// Решите неравенство:

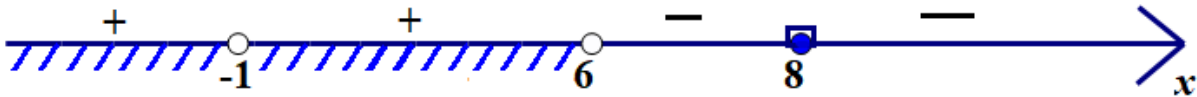
$$\frac{(x^2 - 7x - 8)(x - 8)^3}{(x + 1)(6 - x)^5} \geq 0$$

Шешім:

$$\frac{(x^2 - 7x - 8)(x - 8)^3}{(x + 1)(6 - x)^5} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x - 8)(x + 1)(x - 8)^3}{(x + 1)(6 - x)^5} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x - 8)^4}{(6 - x)^5} \geq 0, \\ x \neq -1; \end{cases}$$

Интервалдар әдісін пайдаланайық.

Алымының нөлі ($x = 8$) жұп дәрежелі, бөлімінің нөлі ($x = 6$) тақ дәрежелі функцияның түбірлері болады. $x = -1$ нүктесі сандық түзуден «ойып алынған» нүкте (жұп дәрежелі түбірдің баламасы). Онда:



Расставив знаки на каждом промежутке, выпишем ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 6) \cup \{8\}$.

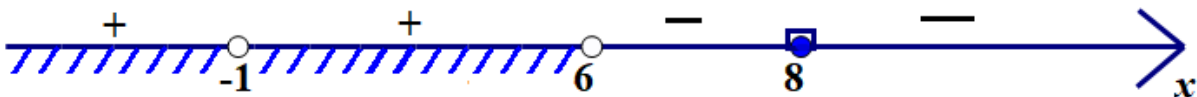
Жауабы: $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 6) \cup \{8\}$. //

Решение.

$$\frac{(x^2 - 7x - 8)(x - 8)^3}{(x + 1)(6 - x)^5} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x - 8)(x + 1)(x - 8)^3}{(x + 1)(6 - x)^5} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x - 8)^4}{(6 - x)^5} \geq 0, \\ x \neq -1; \end{cases}$$

Используем метод интервалов.

Ноль числителя ($x = 8$) является корнем четной степени, ноль знаменателя ($x = 6$) – корнем нечетной степени, точка $x = -1$ – «выколота» точка числовой прямой (аналог корня четной степени). Тогда:



Расставив знаки на каждом промежутке, выпишем ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 6) \cup \{8\}$.

Ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 6) \cup \{8\}$.

№3. (3 ұпай // 3 балла) Екі жер жыртушының біріншісі жұмысқа екіншісіне қарағанда 20 минут кеш кіріссе тапсырманы 1 сағат 20 минутта бітіреді. Егер осы тапсырманы әр жер жыртушы жеке орындаса, онда біріншіге екіншісіне қарағанда 1 сағат артық уақыт кетеді. Олардың әрқайсы жеке осы тапсырманы қанша уақытта бітіреді? //

Двое землекопов, из которых первый начинает работать на 20 минут позже второго, могут выкопать траншею за 1 час 20 минут. Если бы эту работу выполнял каждый землекоп в отдельности, то первому потребовалось бы на 1 час больше времени, чем второму. За какое время каждый из них, работая в отдельности, может выкопать такую траншею?

Шешім.

Бірінші жер жыртушы жалғыз өзі тапсырманы x сағатта орындасын. Біріншісі екіншісіне қарағанда барлық тапсырманы 1 сағат артық уақытта орындайтындықтан, екіншісі тапсырманы $x-1$ сағатта орындайды. Барлық тапсырманы 1 деп алайық. Онда бірінші жер жыртушының еңбек өнімділігі (тапсырманың 1 сағатта орындайтын бөлігі) $\frac{1}{x}$, екіншісінікі $-\frac{1}{x-1}$, ал екеуінің бірігіп істегендегі еңбек өнімділігі $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{2x-1}{x^2-x}$ бөлігін құрайды.

Есеп шартында бастапқыда екінші жер жыртушы жалғыз өзі 20 минут ($\frac{1}{3}$ сағат) жұмыс істеп, тапсырманың $\frac{1}{3(x-1)}$ орындайды да, ары қарай екеуі бірге істеп, тапсырманың $\frac{2x-1}{x^2-x}$ бөлігін орындайды. Қосындысы барлық тапсырманы беретіндіктен, теңдеу мына түрде болады:

$$\frac{1}{3(x-1)} + \frac{2x-1}{x^2-x} = 1 \Leftrightarrow \frac{7x-3}{3(x^2-x)} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 3x = 7x - 3, \\ x \neq 0, x \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 10x + 3 = 0, \\ x \neq 0, x \neq 1; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(3x-1) = 0, \\ x \neq 0, x \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 3, \\ x = \frac{1}{3}; \end{cases} \\ x \neq 0, x \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ x = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Екінші жер жыртушының жер жырту уақыты $x - 1$ сағат болғандықтан теріс сан бола алмайды. Яғни, тапсырманы жекелей бірінші жер жыртушы 3 сағатта, екіншісі 2 сағатта орындайды.

Жауабы: Сәйкесінше 3 сағат және 2 сағат. //

Решение.

Пусть за x часов выкопает траншею первый землекоп. По условию задачи если бы эту работу выполнял каждый землекоп в отдельности, то первому потребовалось бы на 1 час больше времени, чем второму, то есть второй землекоп выкопает траншею за $x - 1$ часов.

Примем всю траншею за 1.

Тогда производительность (часть траншеи, выкопанная за 1 час) первого землекопа равна $\frac{1}{x}$, второго — $\frac{1}{x-1}$, а производительность труда во время их совместной работы будет составлять $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{2x-1}{x^2-x}$.

По условию задачи сначала второй землекоп начинает работать один и за 20 минут, что составляет $\frac{1}{3}$ часа, он выкопает $\frac{1}{3(x-1)}$ часть траншеи, далее в течение часа они работают вместе и выкапывают $\frac{2x-1}{x^2-x} \cdot 1$ часть траншеи, что суммарно составляет всю траншею, то есть получаем уравнение:

$$\frac{1}{3(x-1)} + \frac{2x-1}{x^2-x} = 1 \Leftrightarrow \frac{7x-3}{3(x^2-x)} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 3x = 7x - 3, \\ x \neq 0, x \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 10x + 3 = 0, \\ x \neq 0, x \neq 1; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(3x-1) = 0, \\ x \neq 0, x \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 3, \\ x = \frac{1}{3}; \end{cases} \\ x \neq 0, x \neq 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ x = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Время второго землекопа равно $x - 1$ часов и не может быть не положительным. Значит, работая по отдельности, первый землекоп выкопает траншею за 3 часа, второй — за 2 часа.

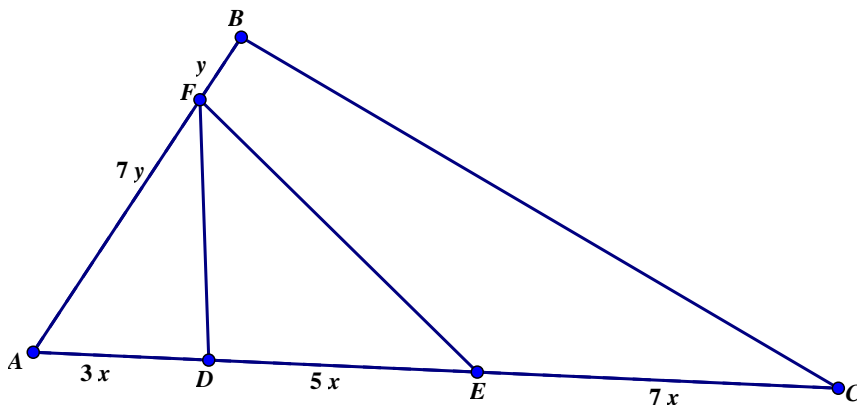
Ответ: 3 часа и 2 часа соответственно.

Геометрия

№4. (3 ұпай // 3 балла) ABC үшбұрышының AC қабырғасы D және E нүктелері арқылы $AD : DE : EC = 3 : 5 : 7$ қатынасында болатындай үш кесіндіге бөлінген. F нүктесі AB қабырғасын B нүктесінен бастап $1 : 7$ қатынасында бөледі. FDE үшбұрышының ауданы ABC үшбұрышының ауданының қандай бөлігін құрайды? //

Сторона AC треугольника ABC разделена на три отрезка точками D и E так, что $AD : DE : EC = 3 : 5 : 7$. Точка F делит сторону AB в отношении $1 : 7$, считая от точки B . Какую часть площади треугольника ABC составляет площадь треугольника FDE ?

Шешім:



Бір бұрышы бірдей болатын үшбұрыштардың қасиетін пайдалансақ:

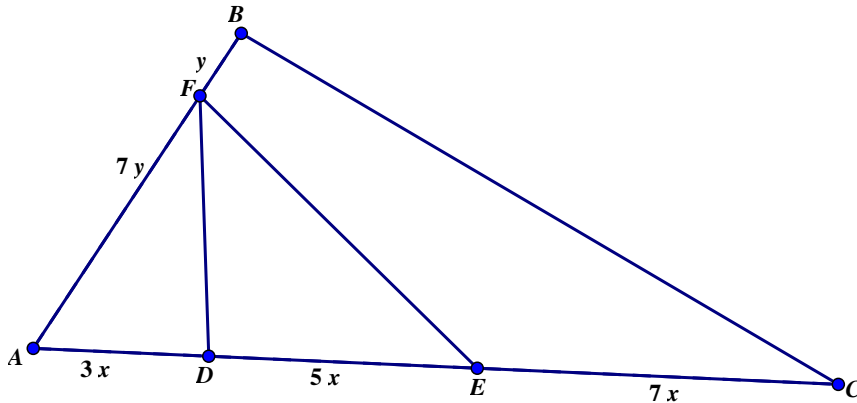
$$\frac{S_{AFE}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AE}{AB \cdot AC} = \frac{7y \cdot 8x}{8y \cdot 15x} = \frac{7}{15} \Leftrightarrow S_{AFE} = \frac{7}{15} S_{ABC}.$$

Сол сияқты, $\frac{S_{AFD}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AD}{AB \cdot AC} = \frac{7}{40} \Leftrightarrow S_{AFD} = \frac{7}{40} S_{ABC}.$

Онда $S_{FDE} = S_{AFE} - S_{AFD} = \left(\frac{7}{15} - \frac{7}{40}\right) S_{ABC} = \frac{7}{24} S_{ABC}.$

Жауабы: $\frac{7}{24}.$ //

Решение.



Используем свойство треугольников, имеющих равный угол:

$$\frac{S_{AFE}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AE}{AB \cdot AC} = \frac{7y \cdot 8x}{8y \cdot 15x} = \frac{7}{15} \Leftrightarrow S_{AFE} = \frac{7}{15} S_{ABC}.$$

Аналогично, $\frac{S_{AFD}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AD}{AB \cdot AC} = \frac{7}{40} \Leftrightarrow S_{AFD} = \frac{7}{40} S_{ABC}.$

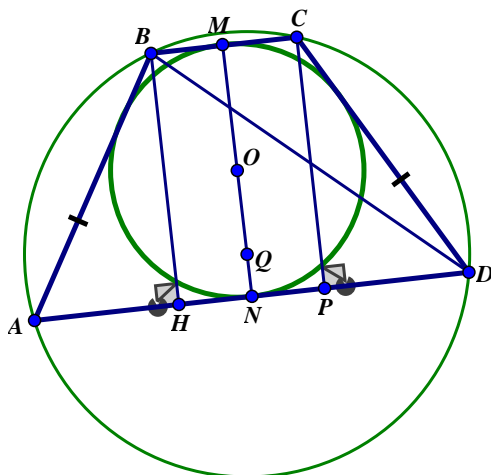
Тогда $S_{FDE} = S_{AFE} - S_{AFD} = \left(\frac{7}{15} - \frac{7}{40}\right) S_{ABC} = \frac{7}{24} S_{ABC}.$

Ответ: $\frac{7}{24}.$

№5. (3 ұпай // 3 балла) Табандары 1 және 9 болатын тең бүйірлі трапецияға іштей шеңбер сызылған. Осы трапецияға сырттай сызылған шеңбердің радиусын табыңыз. //

В равнобедренную трапецию с основаниями 1 и 9 вписана окружность. Найдите радиус описанной вокруг этой трапеции окружности.

Шешім:



Теңбүйірлі трапецияның қасиеті бойынша: $AH = DP = \frac{AD-BC}{2} = 4.$

Трапецияның AB мен CD бүйір қабырғаларын x арқылы белгілейік.

Есеп шарты бойынша $ABCD$ трапециясына іштей шеңбер сызылған. Шеңберге сырттай сызылған төртбұрыштың қасиеті бойынша: $AB + CD = AD + BC \Leftrightarrow 2 \cdot x = 9 + 1 \Leftrightarrow x = 5,$ то есть $AB = CD = 5.$

$\triangle ABH$ тікбұрышты үшбұрышынан Пифагор теоремасы бойынша: $BH = 3.$

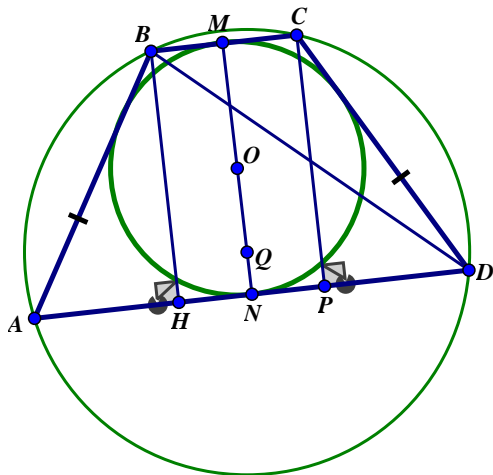
$\triangle BDH$ тікбұрышты үшбұрышынан Пифагор теоремасынан: $BD = \sqrt{34}$.

$ABCD$ трапециясы мен ABD үшбұрышына сырттай сызылған жалғыз шеңбер екенін байқаймыз. Ол шеңбердің центрі Q нүктесінде және радиусы $R = QA$. Үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің радиусын табу формуласын пайдалансақ:

$$R = \frac{AB \cdot BD \cdot AD}{4S_{ABD}} = \frac{5 \cdot \sqrt{34} \cdot 9}{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 3} = \frac{5\sqrt{34}}{6}$$

Жауабы: $\frac{5\sqrt{34}}{6}$. //

Решение.



По свойству равнобедренной трапеции $AH = DP = \frac{AD-BC}{2} = 4$.

Обозначим боковые стороны трапеции AB и CD как x .

По условию в трапецию $ABCD$ вписана окружность, то есть по свойству четырехугольника, описанного вокруг окружности: $AB + CD = AD + BC \Leftrightarrow 2 \cdot x = 9 + 1 \Leftrightarrow x = 5$, то есть $AB = CD = 5$.

По теореме Пифагора из прямоугольного $\triangle ABH$: $BH = 3$.

По теореме Пифагора из прямоугольного $\triangle BDH$: $BD = \sqrt{34}$.

Заметим, что вокруг трапеции $ABCD$ и треугольника ABD описана одна и та же окружность – с центром в точке Q и радиусом $R = QA$. Тогда используем формулу радиуса окружности, описанной вокруг треугольника:

$$R = \frac{AB \cdot BD \cdot AD}{4S_{ABD}} = \frac{5 \cdot \sqrt{34} \cdot 9}{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 3} = \frac{5\sqrt{34}}{6}$$

Ответ: $\frac{5\sqrt{34}}{6}$.

Физика

1. Бірінші баллонда қысымы $3,6 \cdot 10^5$ Па газ бар. Осы баллонды көлемі 8 л екінші баллонмен жалғаса, екеуінде жалпы қысым $2 \cdot 10^5$ Па болады. Егер басында екінші баллон бос болса, онда бірінші баллонның көлемін анықтаңыз. Процесс изотермалық

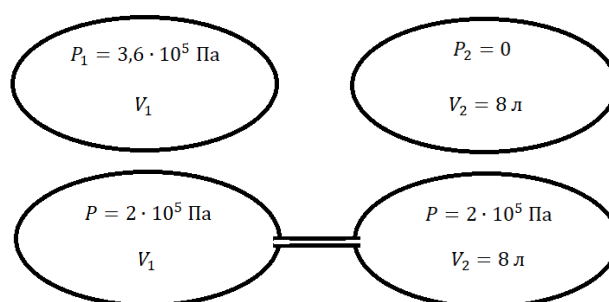
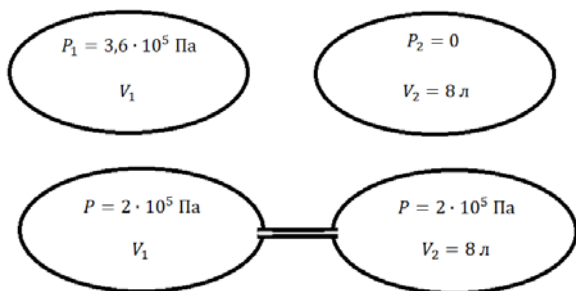
Шешеуі: Изотермалық процес үшін Бойль-Мариотт заңын қолдансақ болады:

$$P_{\text{бас}} V_{\text{бас}} = P_{\text{соң}} V_{\text{соң}}$$

1. Газ находится под давлением $3,6 \cdot 10^5$ Па в первом сосуде. Этот сосуд соединяют с вторым сосудом объемом 8 л, в результате чего в сосудах установилась общее давление $2 \cdot 10^5$ Па. Найдите объем первого сосуда, если второй сосуд был пуст до соединения. Процесс изотермический

Решение: При изотермическом процессе можно воспользоваться формулой закона Бойля-Мариотта:

$$P_{\text{нач}} V_{\text{нач}} = P_{\text{кон}} V_{\text{кон}}$$



Бастапқы жағдайда екінші ыдыс бос $P_2 = 0$ және бүкіл газ бірінші ыдыста болғандықтан $P_{\text{бас}} = P_1$ және $V_{\text{бас}} = V_1$. Екі ыдысты өзара жалғағанда, газ ұлғайып екі ыдыстың көлеміне жайылады. Екі ыдыстың қысымдары теңеседі. Сондықтан

$$P_{\text{соң}} = P$$

$$V_{\text{соң}} = V_1 + V_2$$

Алғашқы теңдеуге белгілі шамаларды қойсақ

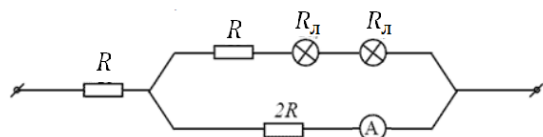
$$P_1 V_1 = P(V_1 + V_2)$$

Осыдан жауабы:

$$V_1 = \frac{P V_2}{P_1 - P} = 10 \text{ л}$$

Жауабы: $V_1 = 10 \text{ л}$

2. Электр тізбегі тұрақты кернеу көзіне жалғанған. Резистордың және шамның кедергілері $R = 10 \text{ Ом}$ және $R_{\text{л}} = 5 \text{ Ом}$, ал амперметр $I = 6 \text{ А}$ ток күшін көрсетіп тұр. Егер бір шам күйіп кетсе, онда амперметр көрсеткіші қандай болады?



Шешуі: Есепті шығару үшін тізбектің жалпы кернеуін анықтау қажет. Сызбада көрсетілгендей жалпы кернеу

$$U = U_1 + U_2$$

Амперметр көрсеткіші белгілі болғандықтан, Ом заңын қолданып U_2 кернеуді анықтаймыз

$$U_2 = 2RI = 120 \text{ В}$$

Осыдан I_1 ток күшін анықтауға болады

До соединения сосудов второй был пуст, поэтому $P_2 = 0$. Так как в начале весь газ находится только в первом сосуде, то $P_{\text{нач}} = P_1$ и $V_{\text{нач}} = V_1$. После соединения сосудов газ расширяется и давление в обоих сосудах становится одинаковым, поэтому

$$P_{\text{кон}} = P$$

$$V_{\text{кон}} = V_1 + V_2$$

Далее подставляя, все данные в главное уравнения, получаем

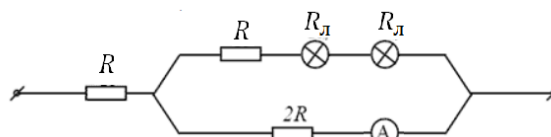
$$P_1 V_1 = P(V_1 + V_2)$$

Отсюда ответ

$$V_1 = \frac{P V_2}{P_1 - P} = 10 \text{ л}$$

Ответ: $V_1 = 10 \text{ л}$

2. К цепи приложено постоянное напряжение. Сопротивление резистора $R = 10 \text{ Ом}$, а лампочки $R_{\text{л}} = 5 \text{ Ом}$, а амперметр показывает силу тока $I = 6 \text{ А}$. Определите показания амперметра, если одна из лампочек перегорит.



Решение: Для решения задачи нужно определить полное напряжение приложенное к цепи. Как показано на рисунке полное напряжение определяется как

$$U = U_1 + U_2$$

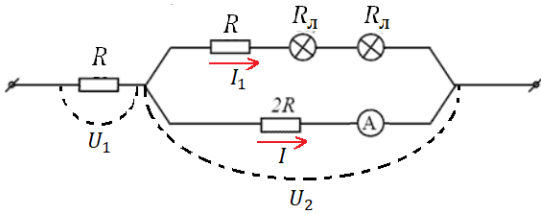
Так как нам известно показание амперметра, то по закону Ома для участка цепи

$$U_2 = 2RI = 120 \text{ В}$$

Также можно определить

$$I_1 = \frac{U_2}{R + 2R_{\text{л}}} = 6 \text{ А}$$

Общая сила тока равна $I_{\text{общ}} = I + I_1 = 12 \text{ А}$



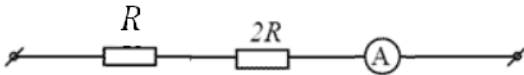
$$I_1 = \frac{U_2}{R+2R_{\text{л}}} = 6 \text{ A}$$

Жалпы ток күші $I_{\text{общ}} = I + I_1 = 12 \text{ A}$

Жалпы ток күшін біліп, U_1 кернеуді анықтаймыз $U_1 = I_{\text{общ}}R = 120 \text{ B}$

Осыдан жалпы кернеу анықталады

$$U = U_1 + U_2 = 240 \text{ B}$$

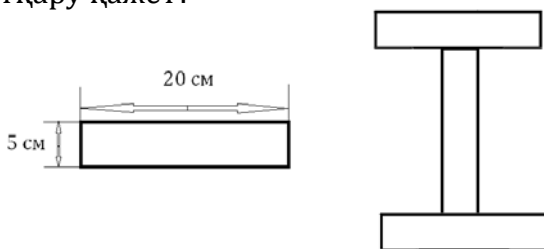


Егер бір шам күйсе, онда шамдар арқылы ток ақпайды. Демек, сызбада көрсетілгендей ток тек қана $2R$ резисторы арқылы ағады. Кернеу тұрақты болғандықтан, амперметр көрсеткіші

$$I_A = \frac{U}{3R} = 8 \text{ A}$$

Жауабы: $I_A = 8 \text{ A}$

3. Жерде әрқайсының массасы 2 кг болатын үш бірдей кірпіш жатыр. Әр кірпіштің ұзындығы 20 см, ал биіктігі 5 см. Суретте көрсетілгендей кірпіштерді орналастыру үшін, қандай ең аз жұмыс атқару қажет?



Зная общую силу тока определяем $U_1 = I_{\text{общ}}R = 120 \text{ B}$

Отсюда определяем полное напряжение

$$U = U_1 + U_2 = 240 \text{ B}$$

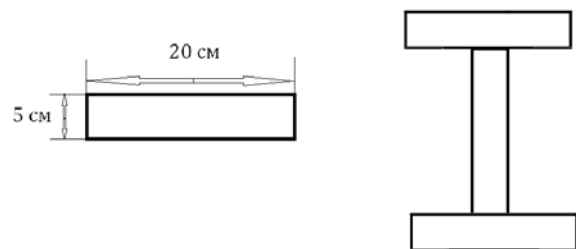


Если одна из лампочек перегорит, то ток через неё не будет течь. Поэтому как показана на схеме ток будет течь только через резистор $2R$. Так как напряжение постоянное, можно определить показание амперметра

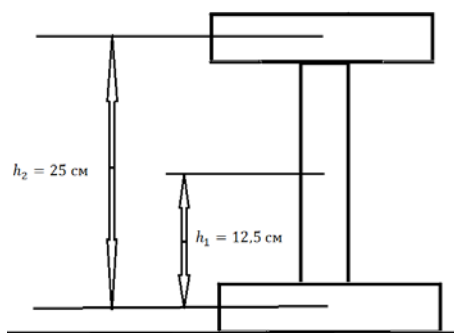
$$I_A = \frac{U}{3R} = 8 \text{ A}$$

Ответ: $I_A = 8 \text{ A}$

3. Три одинаковых кирпича массой 2 кг лежат на земле. Длина каждого кирпича 20 см, а высота 5 см. Какую наименьшую работу нужно совершить, чтобы построить конструкцию показанную на рисунке.



Шешуі: Есепті шығару үшін әр кірпіштің массалық центрі қандай биіктікке көтерілгенін анықтау қажет.



Суретте көрсетілгендей тек қана екі кірпіштің массалық центрі өзгереді. Кірпішті көтеру үшін жұмсалатын ең аз жұмыс сол кірпіштің потенциалдық энергиясының өзгерісіне тең және мына формуламен анықталады.

$$A = mgh$$

Екі кірпіш үшін жұмыс формуласы

$$A = mg(h_1 + h_2) = 7,5 \text{ Дж}$$

Жауабы: $A = 7,5 \text{ Дж}$

4. Параллелепипед тектес дене суда жүзіп жүр. Дененің массасы $m = 104 \text{ г}$, табанының ауданы $S = 26 \text{ см}^2$ және биіктігі $H = 10 \text{ см}$. Егер дененің үстіне массасы 130 г жүк қойылса, онда осы дененің суға батпаған бөлігінің h биіктігін анықтаңыз. Су тығыздығы 1000 кг/м^3

Шешуі: Ньютонның бірінші заңы бойынша денеге әсер ететін барлық күштердің қосындысы нөлге тең. Күштердің теңдеуін жазайық

$$(M + m)g - F_A = 0$$

Архимед күші

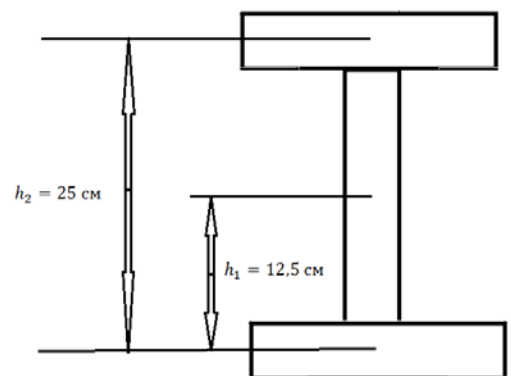
$$F_A = \rho g V_{\text{погр}} = \rho g S(H - h)$$

Екі теңдеуден

$$(M + m)g = \rho g S(H - h)$$

Осыдан жауабы

Решение: Для решения этой задачи нужно определить насколько поднялся вверх центр масс каждого кирпича. На рисунке



видно, что только у двух кирпичей меняется высота центра масс. Минимальная работа для поднятия каждого кирпича равна изменению потенциальной энергии кирпича, и определяется формулой

$$A = mgh$$

Для двух кирпичей работа будет определяться формулой

$$A = mg(h_1 + h_2) = 7,5 \text{ Дж}$$

Ответ: $A = 7,5 \text{ Дж}$

4. Тело имеющая форму параллелепипеда плавает в воде. Масса тела $m = 104 \text{ г}$, площадь дна $S = 26 \text{ см}^2$, а высота $H = 10 \text{ см}$. Определить высоту h надводной части тела, если на тело положили гирию массой 130 г . Плотность воды 1000 кг/м^3 .

Решение: По первому закону Ньютона сумма всех сил равна нулю. Напишем уравнения для сил

$$(M + m)g - F_A = 0$$

Сила Архимеда равна

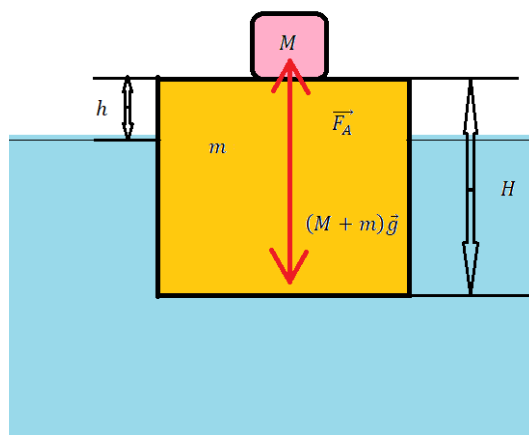
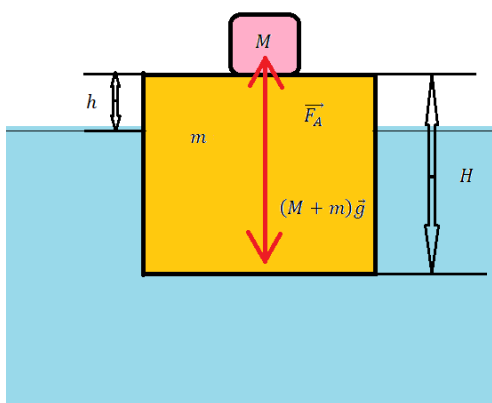
$$F_A = \rho g V_{\text{погр}} = \rho g S(H - h)$$

Из двух уравнений получаем

$$(M + m)g = \rho g S(H - h)$$

И получаем ответ

$$h = H - \frac{(M + m)}{\rho S} = 1 \text{ см}$$



$$h = H - \frac{(M+m)}{\rho S} = 1 \text{ см}$$

Жауабы: $h = 1 \text{ см}$

Ответ: $h = 1 \text{ см}$

Әр есепті бағалау критерийлері: // Критерий оценивания каждой задачи:

0 ұпай // 0 баллов – есеп шығарылмаған // задача не решена.

1 ұпай // 1 балл – жауабы дұрыс, есепті шығару жолы көрсетілмеген НЕМЕСЕ есепті шығару жолы дұрыс бірақ шешімі аяғына дейін көрсетілмеген // ответ верный, решения нет ИЛИ идея решения верная, но решение не доведено до конца.

2 ұпай // 2 балла – шығару жолы толық емес, бірақ жауабы дұрыс НЕМЕСЕ шығару жолы толық көрсетілген, бірақ есептеуде техникалық қате жіберілген. // неполное решение с правильным ответом ИЛИ решение корректное и полное, но допущена техническая ошибка.

3 ұпай // 3 балла – дұрыс және толық шығару жолы көрсетілген, жауабы дұрыс // корректное и полное решение, верный ответ.

9-сыныпқа түсу емтиханы бойынша шешімдер мен бағалау критерийлері // Решения и критерий оценивания вступительного экзамена в 9 класс
20 тамыз 2020 // 20 августа 2020

Төртінші нұсқа // Четвертый вариант

Алгебра

№1. (3 ұпай // 3 балла) Теңдеуді шешіңіз:// Решите уравнение:

$$25\left(\frac{x}{7} + \frac{3}{5}\right)^4 + 21\left(\frac{x}{7} + \frac{3}{5}\right)^2 - 4 = 0$$

Шешім: Жаңа айнымалы енгіземіз: $t = \left(\frac{x}{7} + \frac{3}{5}\right)^2$, мұндағы $t \geq 0$. Онда берілген теңдеу келесідей түрде болады: $25t^2 + 21t - 4 = 0$.

Теңдеудің шешімдерін Виеттің жалпыланған теоремасы бойынша немесе дискриминантты пайдаланып табуға болады: $t = -1$ немесе $t = \frac{4}{25}$. Бірақ $t \geq 0$ болғандықтан, $t = -1$ түбірі берілген шартты қанағаттандырмайды.

Табылған мәнді бастапқы енгізген айнымалының орнына қойсақ:

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{7} + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} &\Leftrightarrow \left(\frac{x}{7} + \frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{7} + \frac{3}{5} - \frac{2}{5}\right)\left(\frac{x}{7} + \frac{3}{5} + \frac{2}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{7} + \frac{1}{5} = 0, \\ \frac{x}{7} + 1 = 0; \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{7}{5}, \\ x = -7; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1,4, \\ x = -7. \end{cases} \end{aligned}$$

Жауабы: $x \in \{-7; -1,4\}$. //

Решение.

Введем замену переменной: $t = \left(\frac{x}{7} + \frac{3}{5}\right)^2$ и заметим, что $t \geq 0$. Тогда исходное уравнение примет вид: $25t^2 + 21t - 4 = 0$.

Корни данного уравнения можно найти по обобщенной теореме Виета или с помощью формулы дискриминанта: $t = -1$ или $t = \frac{4}{25}$. Но так как $t \geq 0$, то корень $t = -1$ является посторонним.

Возвращаясь к исходной переменной, получим:

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{7} + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} &\Leftrightarrow \left(\frac{x}{7} + \frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{7} + \frac{3}{5} - \frac{2}{5}\right)\left(\frac{x}{7} + \frac{3}{5} + \frac{2}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{7} + \frac{1}{5} = 0, \\ \frac{x}{7} + 1 = 0; \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{7}{5}, \\ x = -7; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1,4, \\ x = -7. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: $x \in \{-7; -1,4\}$.

№2. (3 ұпай // 3 балла) Теңсіздікті шешіңіз:// Решите неравенство:

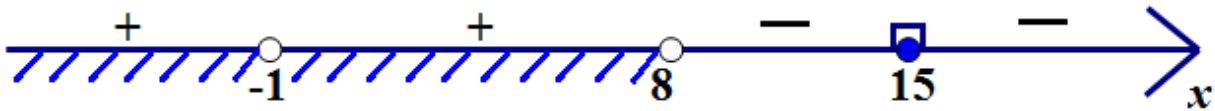
$$\frac{(x^2 - 14x - 15)(x - 15)^5}{(8 - x)^7(x + 1)} \geq 0$$

Шешім:

$$\frac{(x^2 - 14x - 15)(x - 15)^5}{(8 - x)^7(x + 1)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x - 15)(x + 1)(x - 15)^5}{(8 - x)^7(x + 1)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x - 15)^4}{(8 - x)^7} \geq 0, \\ x \neq -1; \end{cases}$$

Интервалдар әдісін пайдаланайық.

Алымының нөлі ($x = 15$) жұп дәрежелі, бөлімінің нөлі ($x = 8$) тақ дәрежелі функцияның түбірлері болады. $x = -1$ нүктесі сандық түзуден «ойып алынған» нүкте (жұп дәрежелі түбірдің баламасы). Онда:



Әрбір аралыққа таңбасын қойып, жауабын аламыз: $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 8) \cup \{15\}$.

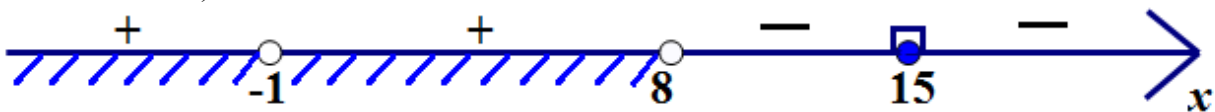
Жауабы: $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 8) \cup \{15\}$. //

Решение.

$$\frac{(x^2 - 14x - 15)(x - 15)^5}{(8 - x)^7(x + 1)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x - 15)(x + 1)(x - 15)^5}{(8 - x)^7(x + 1)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 15)^4 \geq 0, \\ x \neq -1; \end{cases}$$

Используем метод интервалов.

Ноль числителя ($x = 15$) является корнем четной степени, ноль знаменателя ($x = 8$) – корнем нечетной степени, точка $x = -1$ – «выколотая» точка числовой прямой (аналог корня четной степени). Тогда:



Расставив знаки на каждом промежутке, выпишем ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 8) \cup \{15\}$.

Ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 8) \cup \{15\}$.

№3. (3 ұпай // 3 балла) Екі жұмысшы, егер олардың екіншісі біріншісіне қарағанда жұмысты 1,5 күнге кеш бастаса пәтерді 7 күнде жөндеп бітіреді. Егер осы жөндеу жұмысын әр жұмысшы жеке орындаса, онда біріншіге екіншісіне қарағанда 3 күн артық керек болады. Осы жөндеу жұмысын олардың әрқайсы жеке қанша күнде бітіреді? //

Двое рабочих, из которых второй начинает работать на 1,5 дня позже первого, могут отремонтировать квартиру за 7 дней. Если бы ремонт выполнял каждый рабочий в отдельности, то первому потребовалось бы на 3 дня больше, чем второму. За сколько дней каждый из них, работая в отдельности, может сделать ремонт квартиры?

Шешім:

Бірінші жұмысшы жалғыз өзі пәтерді x күнде бітірсін. Есеп шартында жеке орындаса біріншісіне екіншісіне қарағанда 3 күн артық қажет болатындықтан, екінші жұмысшы жалғыз өзі $x - 3$ күнде бітіреді

Барлық жұмысты 1 деп алайық.

Онда бірінші жұмысшының еңбек өнімділігі (1 күнде істелетін пәтердің бөлігі $\frac{1}{x}$, екіншісінікі $-\frac{1}{x-3}$, ал бірігіп істегендегі еңбек өнімділігі $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{2x-3}{x^2-3x}$ бөлігін құрайды.

Есеп шарты бойынша бастапқыда бірінші жұмысшы жалғыз 1,5 күнде істеп, пәтердің бөлігін $\frac{1,5}{x} = \frac{3}{2x}$ бітіреді де, ары қарай қалған 5,5 күнде (7күн–1,5 күн) екеуі қосылып, пәтердің $\frac{2x-3}{x^2-3x} \cdot 5,5 = \frac{11(2x-3)}{2(x^2-3x)}$ бөлігін бітіреді. Барлығы қосылып, толық жұмысты беретіндіктен, мынадай теңдеу құрамыз:

$$\frac{3}{2x} + \frac{11(2x-3)}{2(x^2-3x)} = 1 \Leftrightarrow \frac{3x-9+22x-33}{2(x^2-3x)} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 6x = 25x - 42, \\ x \neq 0, x \neq 3; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 31x + 42 = 0, \\ x \neq 0, x \neq 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-14)(2x-3) = 0, \\ x \neq 0, x \neq 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14, \\ x = 1,5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14, \\ x = 1,5. \end{cases}$$

Екінші жұмысшының орындайтын күн саны $x - 3$ дн болғандықтан, теріс сан болуы мүмкін емес. Яғни, жекелей пәтерді бірінші жұмысшы 14 күнде бітірсе, екіншісі 11 күнде бітіреді.

Жауабы: Сәйкесінше 14 күн және 11 күн. //

Решение.

Пусть за x дней выполнит ремонт квартиры первый рабочий. По условию задачи если бы эту работу выполнял каждый рабочий в отдельности, то первому потребовалось бы на 3 дня

больше времени, чем второму, то есть второй рабочий выполнит ремонт квартиры за $x - 3$ дней.

Примем всю работу по ремонту квартиры за 1.

Тогда производительность (часть квартиры, отремонтированная за 1 день) первого рабочего равна $\frac{1}{x}$, второго $-\frac{1}{x-3}$, а производительность труда во время их совместной работы будет составлять $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{2x-3}{x^2-3x}$.

По условию задачи сначала первый рабочий начинает ремонт один и за 1,5 дня он отремонтирует $\frac{1,5}{x} = \frac{3}{2x}$ часть квартиры, далее в течение 5,5 дней (7 дней $- 1,5$ дня) они работают вместе и ремонтируют $\frac{2x-3}{x^2-3x} \cdot 5,5 = \frac{11(2x-3)}{2(x^2-3x)}$ часть квартиры, что суммарно составляет всю работу, то есть получаем уравнение:

$$\frac{3}{2x} + \frac{11(2x-3)}{2(x^2-3x)} = 1 \Leftrightarrow \frac{3x-9+22x-33}{2(x^2-3x)} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 6x = 25x - 42, \\ x \neq 0, x \neq 3; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 31x + 42 = 0, \\ x \neq 0, x \neq 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-14)(2x-3) = 0, \\ x \neq 0, x \neq 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 14, \\ x = 1,5; \end{cases} \\ x \neq 0, x \neq 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14, \\ x = 1,5. \end{cases}$$

Время второго рабочего равно $x - 3$ дней и не может быть не положительным. Значит, работая по отдельности, первый рабочий отремонтирует квартиру за 14 дней, второй $-$ за 11 дней.

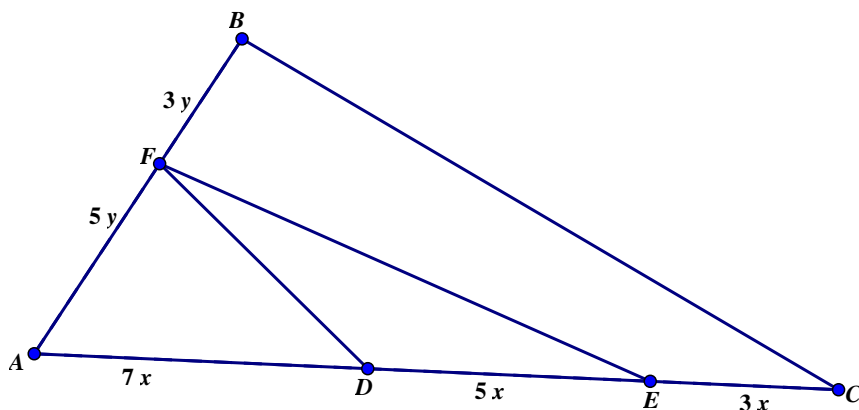
Ответ: 14 дней и 11 дней соответственно.

Геометрия

№4. (3 ұпай //3 балла) ABC үшбұрышының AC қабырғасы D және E нүктелері арқылы $AD : DE : EC = 7 : 5 : 3$ қатынасында болатындай үш кесіндіге бөлінген. F нүктесі AB қабырғасын B нүктесінен бастап $3 : 5$ қатынасында бөледі. FDE үшбұрышының ауданы ABC үшбұрышының ауданының қандай бөлігін құрайды? //

Сторона AC треугольника ABC разделена на три отрезка точками D и E так, что $AD : DE : EC = 7 : 5 : 3$. Точка F делит сторону AB в отношении $3 : 5$, считая от точки B . Какую часть площади треугольника ABC составляет площадь треугольника FDE ?

Шешім:



Бір бұрышы бірдей болатын үшбұрыштардың қасиетін пайдалансақ:

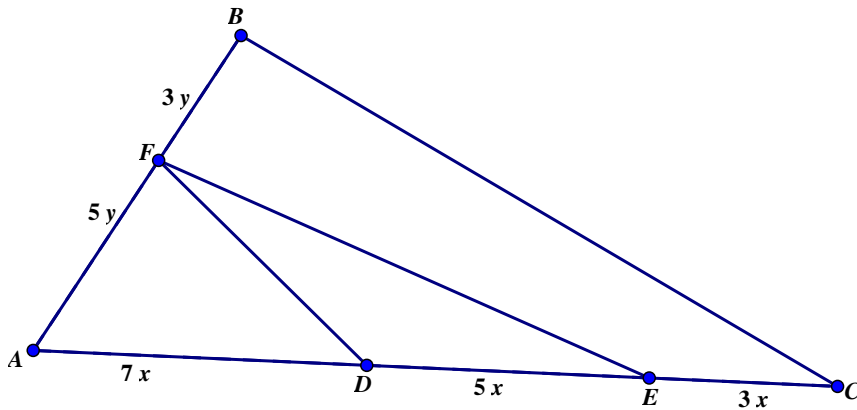
$$\frac{S_{AFE}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AE}{AB \cdot AC} = \frac{5y \cdot 12x}{8y \cdot 15x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow S_{AFE} = \frac{1}{2} S_{ABC}.$$

Сол сияқты, $\frac{S_{AFD}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AD}{AB \cdot AC} = \frac{7}{24} \Leftrightarrow S_{AFD} = \frac{7}{24} S_{ABC}.$

Онда $S_{FDE} = S_{AFE} - S_{AFD} = \left(\frac{1}{2} - \frac{7}{24}\right) S_{ABC} = \frac{5}{24} S_{ABC}.$

Жауабы: $\frac{5}{24}$. //

Решение.



Используем свойство треугольников, имеющих равный угол:

$$\frac{S_{AFE}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AE}{AB \cdot AC} = \frac{5y \cdot 12x}{8y \cdot 15x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow S_{AFE} = \frac{1}{2} S_{ABC}.$$

Аналогично, $\frac{S_{AFD}}{S_{ABC}} = \frac{AF \cdot AD}{AB \cdot AC} = \frac{7}{24} \Leftrightarrow S_{AFD} = \frac{7}{24} S_{ABC}.$

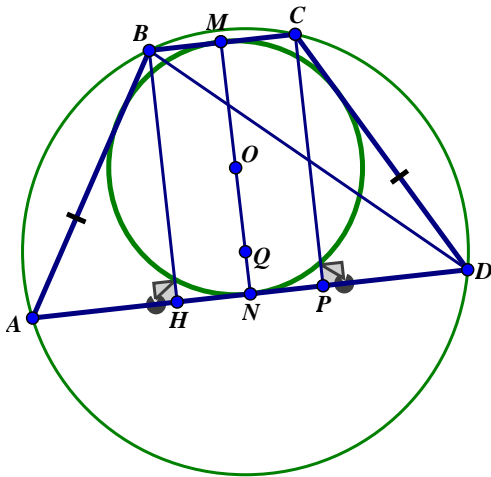
Тогда $S_{FDE} = S_{AFE} - S_{AFD} = \left(\frac{1}{2} - \frac{7}{24}\right) S_{ABC} = \frac{5}{24} S_{ABC}.$

Ответ: $\frac{5}{24}.$

№5. (3 ұпай //3 балла) Табандары 2 және 8 болатын тең бүйірлі трапецияға іштей шеңбер сызылған. Осы трапецияға сырттай сызылған шеңбердің радиусын табыңыз. //

В равнобедренную трапецию с основаниями 2 и 8 вписана окружность. Найдите радиус описанной вокруг этой трапеции окружности.

Шешім:



Теңбүйірлі трапецияның қасиеті бойынша $AH = DP = \frac{AD-BC}{2} = 3.$

Трапецияның AB и CD бүйір қабырғаларын x арқылы белгілейік.

Есеп шарты бойынша $ABCD$ трапециясына іштей шеңбер сызылған. Шеңберге сырттай сызылған төртбұрыштың қасиеті бойынша: $AB + CD = AD + BC \Leftrightarrow 2 \cdot x = 8 + 2 \Leftrightarrow x = 5,$ то есть $AB = CD = 5.$

$\triangle ABH$ тікбұрышты үшбұрышынан Пифагор теоремасы бойынша $BH = 4.$

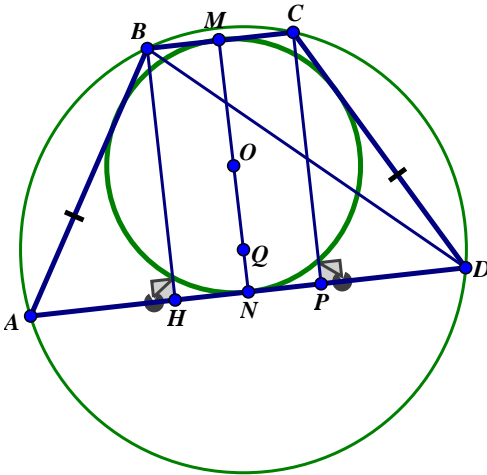
$\triangle BDH$ тікбұрышты үшбұрышынан Пифагор теоремасы бойынша $BD = \sqrt{41}.$

$ABCD$ трапециясы мен ABD үшбұрышына сырттай сызылған жалғыз шеңбер екенін байқаймыз. Ол шеңбердің центрі Q нүктесінде және радиусы $R = QA.$ Үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің радиусын табу формуласын пайдалансақ:

$$R = \frac{AB \cdot BD \cdot AD}{4S_{ABD}} = \frac{5 \cdot \sqrt{41} \cdot 8}{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4} = \frac{5\sqrt{41}}{8}$$

Ответ: $\frac{5\sqrt{41}}{8}.$ //

Решение.



По свойству равнобедренной трапеции $AH = DP = \frac{AD-BC}{2} = 3$.

Обозначим боковые стороны трапеции AB и CD как x .

По условию в трапецию $ABCD$ вписана окружность, то есть по свойству четырехугольника, описанного вокруг окружности: $AB + CD = AD + BC \Leftrightarrow 2 \cdot x = 8 + 2 \Leftrightarrow x = 5$, то есть $AB = CD = 5$.

По теореме Пифагора из прямоугольного $\triangle ABH$: $BH = 4$.

По теореме Пифагора из прямоугольного $\triangle BDH$: $BD = \sqrt{41}$.

Заметим, что вокруг трапеции $ABCD$ и треугольника ABD описана одна и та же окружность – с центром в точке Q и радиусом $R = QA$. Тогда используем формулу радиуса окружности, описанной вокруг треугольника:

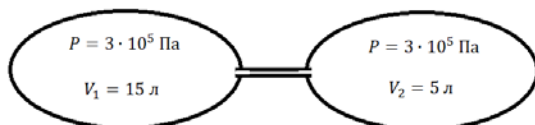
$$R = \frac{AB \cdot BD \cdot AD}{4S_{ABD}} = \frac{5 \cdot \sqrt{41} \cdot 8}{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4} = \frac{5\sqrt{41}}{8}$$

Ответ: $\frac{5\sqrt{41}}{8}$.

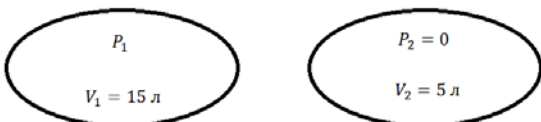
Физика

1. Көлемі 15 л бірінші баллонда қысымы газ бар. Осы баллонды көлемі 5 л екінші баллонмен жалғаса, екеуінде жалпы қысым $3 \cdot 10^5$ Па болады. Егер басында екінші баллон бос болса, онда бірінші баллондағы газдың бастапқы қысымын анықтаңыз. Процесс изотермалық.

Шешейі: Изотермалық процес үшін Бойль-Мариотт заңын қолдансақ болады:

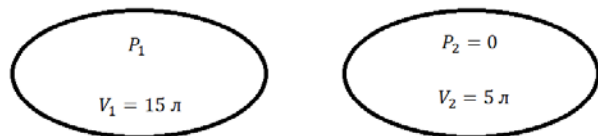


$$P_{\text{бас}} V_{\text{бас}} = P_{\text{соң}} V_{\text{соң}}$$

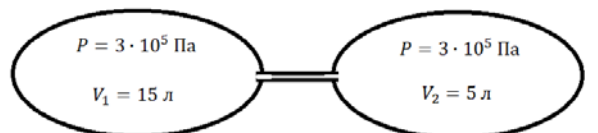


1. В первом сосуде объемом 15 л находится газ. Этот сосуд соединяют со вторым сосудом объемом 5 л, в результате чего в сосудах установилась общее давление $3 \cdot 10^5$ Па. Найдите первоначальное давление газа в первом сосуде, если второй сосуд был пуст до соединения. Процесс изотермический.

Решение: При изотермическом процессе можно воспользоваться формулой закона Бойля-Мариотта:



$$P_{\text{нач}} V_{\text{нач}} = P_{\text{кон}} V_{\text{кон}}$$



Бастапқы жағдайда екінші ыдыс бос $P_2 = 0$ және бүкіл газ бірінші ыдыста болғандықтан $P_{\text{бас}} = P_1$ және $V_{\text{бас}} = V_1$. Екі ыдысты өзара жалғағанда, газ ұлғайып екі ыдыстың көлеміне жайылады. Екі ыдыстың қысымдары теңеседі. Сондықтан

$$P_{\text{соң}} = P$$

$$V_{\text{соң}} = V_1 + V_2$$

Алғашқы теңдеуге белгілі шамаларды қойсақ

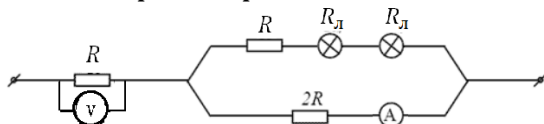
$$P_1 V_1 = P(V_1 + V_2)$$

Осыдан жауабы:

$$P_1 = \frac{P(V_1 + V_2)}{V_1} = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

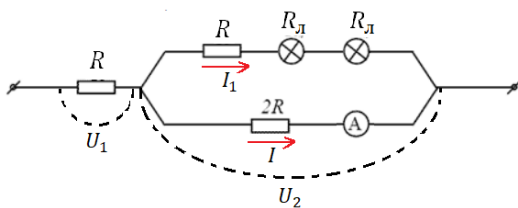
Жауабы: $P_1 = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$

2. Электр тізбегі тұрақты кернеу көзіне жалғанған. Резистордың және шамның кедергілері $R = 20 \text{ Ом}$ және $R_{\text{л}} = 10 \text{ Ом}$, ал амперметр $I = 8 \text{ А}$ ток күшін көрсетіп тұр. Егер бір шам күйіп кетсе, онда вольтметрдің көрсеткіші қандай болады?



Шешуі: Есепті шығару үшін тізбектің жалпы кернеуін анықтау қажет. Сызбада көрсетілгендей жалпы кернеу

$$U = U_1 + U_2$$



Амперметр көрсеткіші белгілі болғандықтан, Ом заңын қолданып U_2 кернеуді анықтаймыз

$$U_2 = 2RI = 320 \text{ В}$$

Осыдан I_1 ток күшін анықтауға болады

$$I_1 = \frac{U_2}{R + 2R_{\text{л}}} = 8 \text{ А}$$

Жалпы ток күші $I_{\text{общ}} = I + I_1 = 16 \text{ А}$

Жалпы ток күшін біліп, U_1 кернеуді анықтаймыз $U_1 = I_{\text{общ}} R = 320 \text{ В}$

Осыдан жалпы кернеу анықталады

$$U = U_1 + U_2 = 640 \text{ В}$$

До соединения сосудов второй был пуст, поэтому $P_2 = 0$. Так как в начале весь газ находится только в первом сосуде, то $P_{\text{нач}} = P_1$ и $V_{\text{нач}} = V_1$. После соединения сосудов газ расширяется и давление в обоих сосудах становится одинаковым, поэтому

$$P_{\text{кон}} = P$$

$$V_{\text{кон}} = V_1 + V_2$$

Далее подставляя, все данные в главное уравнение, получаем

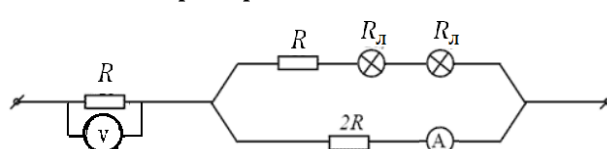
$$P_1 V_1 = P(V_1 + V_2)$$

Отсюда ответ

$$P_1 = \frac{P(V_1 + V_2)}{V_1} = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

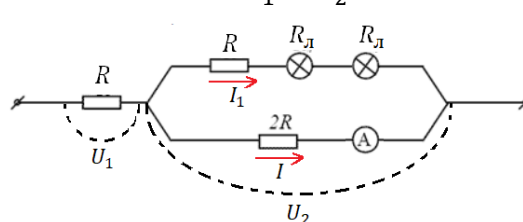
Ответ: $P_1 = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$

2. К цепи приложено постоянное напряжение. Сопротивление резистора $R = 20 \text{ Ом}$, а лампочки $R_{\text{л}} = 10 \text{ Ом}$, а амперметр показывает силу тока $I = 8 \text{ А}$. Определите показания вольтметра, если одна из лампочек перегорит.



Решение: Для решения задачи нужно определить полное напряжение приложенное к цепи. Как показано на рисунке полное напряжение определяется как

$$U = U_1 + U_2$$



Так как нам известно показание амперметра, то по закону Ома для участка цепи

$$U_2 = 2RI = 320 \text{ В}$$

Также можно определить

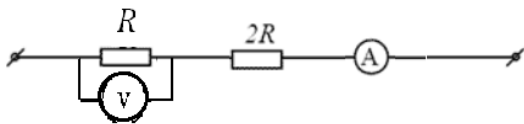
$$I_1 = \frac{U_2}{R + 2R_{\text{л}}} = 8 \text{ А}$$

Общая сила тока равна $I_{\text{общ}} = I + I_1 = 16 \text{ А}$

Зная общую силу тока определяем $U_1 = I_{\text{общ}} R = 320 \text{ В}$

Отсюда определяем полное напряжение

$$U = U_1 + U_2 = 640 \text{ В}$$



Егер бір шам күйсе, онда шамдар арқылы ток ақпайды. Демек, сызбада көрсетілгендей ток тек қана $2R$ резисторы арқылы ағады. Кернеу тұрақты болғандықтан, амперметр көрсеткіші

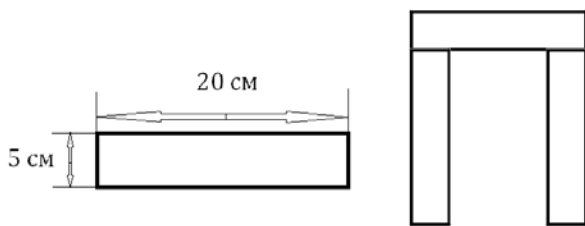
$$I_A = \frac{U}{3R} = 10,7 \text{ A}$$

Ток күшін қолданып, вольтметр көрсеткішін анықтаймыз

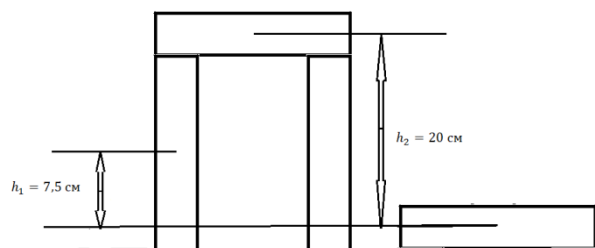
$$U_V = I_A R = 213,3 \text{ B}$$

Жауабы: $U_V = 213,3 \text{ B}$

3. Жерде әрқайсының массасы 2 кг болатын үш бірдей кірпіш жатыр. Әр кірпіштің ұзындығы 20 см, ал биіктігі 5 см. Суретте көрсетілгендей кірпіштерді орналастыру үшін, қандай ең аз жұмыс атқару қажет?



Шешуі: Есепті шығару үшін әр кірпіштің массалық центрі қандай биіктікке көтерілгенін анықтау қажет. Суретте көрсетілгендей тек қана екі кірпіштің массалық центрі өзгереді. Кірпішті көтеру

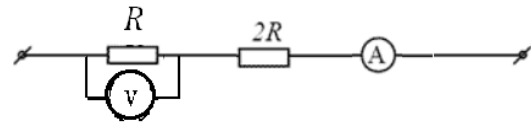


үшін жұмсалатын ең аз жұмыс сол кірпіштің потенциалдық энергиясының өзгерісіне тең және мына формуламен анықталады.

$$A = mgh$$

Бір кірпішті вертикаль тік қою үшін массалық центрін H_{min} шамаға көтерілетінін ескеру қажет.

Сонда Пифагор теоремасы арқылы:



Если одна из лампочек перегорит, то ток через неё не будет течь. Поэтому как показана на схеме ток будет течь только через резистор $2R$. Так как напряжение постоянное, можно определить показание амперметра

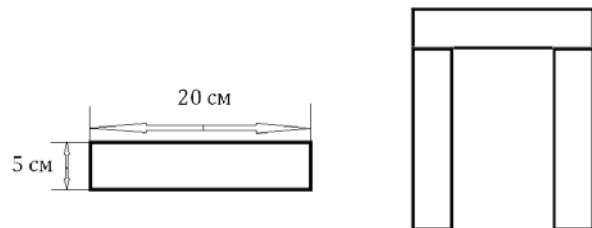
$$I_A = \frac{U}{3R} = 10,7 \text{ A}$$

Зная силу тока можно определить показание вольтметра

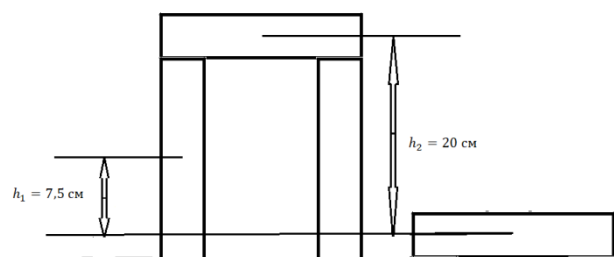
$$U_V = I_A R = 213,3 \text{ B}$$

Ответ: $U_V = 213,3 \text{ B}$

3. Три одинаковых кирпича массой 2 кг лежат на земле. Длина каждого кирпича 20 см, а высота 5 см. Какую наименьшую работу нужно совершить, чтобы построить конструкцию показанную на рисунке.



Решение: Для решения этой задачи нужно определить насколько поднялся вверх центр масс каждого кирпича. На рисунке видно, на сколько меняется высота центра масс кирпичей. Минимальная работа для



поднятия каждого кирпича равна изменению потенциальной энергии кирпича, и определяется формулой

$$A = mgh$$

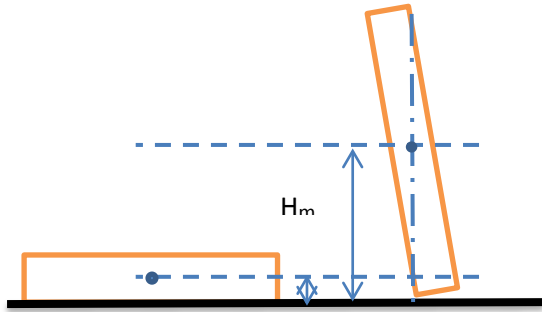
Для переворачивания одного кирпича из горизонтального положения в вертикальное необходимо учесть, что центр массы поднимается на высоту H_{min} :

Тогда по теореме Пифагора вычисляем:

$$H_{min} = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{0.000625 + 0.01}$$

$$= \sqrt{0.010625} = 0.103 \approx 0.1 \text{ м}$$

$$h_1 = \left(H_{min} - \frac{h}{2}\right) = 0,075 \text{ м}$$



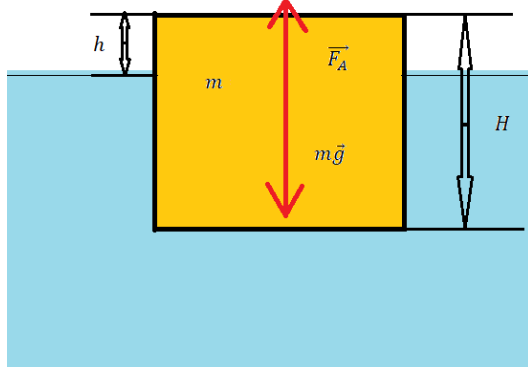
Үш кірпіш үшін жұмыс формуласы
 $A = mg(2h_1 + h_2) = 7 \text{ Дж}$

Жауабы: $A = 7 \text{ Дж}$

4. Параллелепипед тектес дене суда жүзіп жүр. Дененің массасы $m = 84 \text{ г}$, табанының ауданы $S = 28 \text{ см}^2$ және биіктігі $H = 8 \text{ см}$. Осы дененің суға батпаған бөлігінің биіктігін h анықтаңыз. Су тығыздығы 1000 кг/м^3 .

Шешуі: Ньютонның бірінші заңы бойынша денеге әсер ететін барлық күштердің қосындысы нөлге тең. Күштердің теңдеуін жазайық

$$mg - F_A = 0$$



Архимед күші

$$F_A = \rho g V_{\text{погр}} = \rho g S(H - h)$$

Екі теңдеуден

$$mg = \rho g S(H - h)$$

Осыдан жауабы

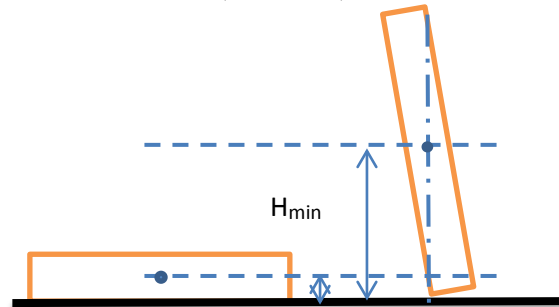
$$h = H - \frac{m}{\rho S} = 5 \text{ см}$$

Жауабы: $h = 5 \text{ см}$

$$H_{min} = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{0.000625 + 0.01}$$

$$= \sqrt{0.010625} = 0.103 \approx 0.1 \text{ м}$$

$$h_1 = \left(H_{min} - \frac{h}{2}\right) = 0,075 \text{ м}$$



Для трех кирпичей работа будет определяться формулой

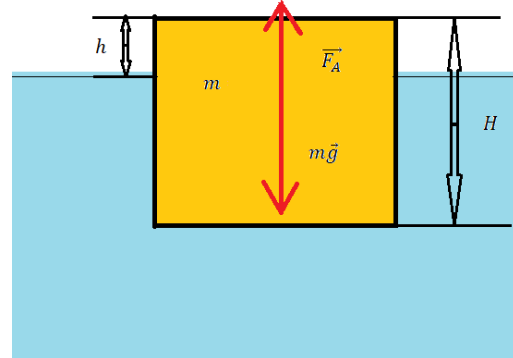
$$A = mg(2h_1 + h_2) = 7 \text{ Дж}$$

Ответ: $A = 7 \text{ Дж}$

4. Тело имеет форму параллелепипеда плавает в воде. Масса тела $m = 84 \text{ г}$, площадь дна $S = 28 \text{ см}^2$, а высота $H = 8 \text{ см}$. Определить высоту h надводной части тела. Плотность воды 1000 кг/м^3 .

Решение: По первому закону Ньютона сумма всех сил равна нулю. Напишем уравнения для сил

$$mg - F_A = 0$$



Сила Архимеда равна

$$F_A = \rho g V_{\text{погр}} = \rho g S(H - h)$$

Из двух уравнений получаем

$$mg = \rho g S(H - h)$$

И получаем ответ

$$h = H - \frac{m}{\rho S} = 5 \text{ см}$$

Ответ: $h = 5 \text{ см}$

Әр есепті бағалау критерийлері: // Критерий оценивания каждой задачи:

0 ұпай // 0 баллов – есеп шығарылмаған // задача не решена.

1 ұпай // 1 балл – жауабы дұрыс, есепті шығару жолы көрсетілмеген НЕМЕСЕ есепті шығару жолы дұрыс бірақ шешімі аяғына дейін көрсетілмеген // ответ верный, решения нет ИЛИ идея решения верная, но решение не доведено до конца.

2 ұпай // 2 балла – шығару жолы толық емес, бірақ жауабы дұрыс НЕМЕСЕ шығару жолы толық көрсетілген, бірақ есептеуде техникалық қате жіберілген. // неполное решение с правильным ответом ИЛИ решение корректное и полное, но допущена техническая ошибка.

3 ұпай // 3 балла – дұрыс және толық шығару жолы көрсетілген, жауабы дұрыс // корректное и полное решение, верный ответ.