

**10-сыныпқа түсу емтиханы бойынша шешімдер мен бағалау критерийлері // Решения и критерий оценивания вступительного экзамена в 10 класс**

**I-нұсқа/вариант  
Алгебра**

1. Өрнекті ықшамдаңыз // Упростите выражение :

$$\frac{\sin^2(3\pi - 4\alpha) + 4\cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) - 4}{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - 4\alpha\right) - 4\cos^2\left(2\alpha - \frac{5\pi}{2}\right)}$$

*Шешуі // Решение:*

Келтіру және қос бұрыш формулаларын, тригонометриялық тепетеңдік формулаларын қолдана отырып, өрнекті ықшамдаймыз.

Упростим выражение, применяя формулы приведения, формулы двойного угла, тригонометрические тождества.

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2(3\pi - 4\alpha) + 4\cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) - 4}{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - 4\alpha\right) - 4\cos^2\left(2\alpha - \frac{5\pi}{2}\right)} &= \frac{\sin^2 4\alpha + 4\sin^2 2\alpha - 4}{\sin^2 4\alpha - 4\sin^2 2\alpha} = \frac{4\sin^2 2\alpha \cos^2 2\alpha + 4\sin^2 2\alpha - 4}{4\sin^2 2\alpha \cos^2 2\alpha - 4\sin^2 2\alpha} = \\ &= \frac{\sin^2 2\alpha \cos^2 2\alpha - \cos^2 2\alpha}{\sin^2 2\alpha \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha} = \frac{\cos^2 2\alpha (\sin^2 2\alpha - 1)}{\sin^2 2\alpha (\cos^2 2\alpha - 1)} = \operatorname{ctg}^4 2\alpha \end{aligned}$$

*Жауабы // Ответ :*  $\operatorname{ctg}^4 2\alpha$

2. Теңсіздікті шешіңіз // Решите неравенство

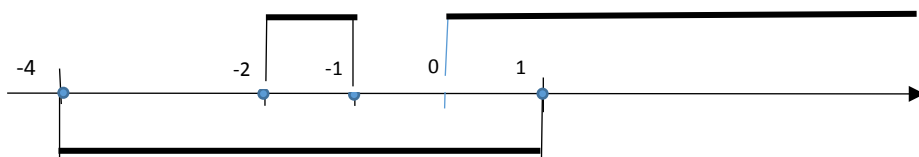
$$(x + 4)\sqrt{4 - 3x - x^2} \geq \left(1 - \frac{2}{x}\right)\sqrt{(4 + x)(1 - x)}$$

*Шешуі // Решение:*

$$\begin{aligned} (x + 4)\sqrt{4 - 3x - x^2} - \left(1 - \frac{2}{x}\right)\sqrt{(4 + x)(1 - x)} &\geq 0 \Leftrightarrow \left(x + 4 - 1 + \frac{2}{x}\right)\sqrt{(4 + x)(1 - x)} \geq 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{x^2 + 3x + 2}{x}\sqrt{(4 + x)(1 - x)} &\geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x + 1)(x + 2)}{x}\sqrt{(4 + x)(1 - x)} \geq 0 \end{aligned}$$

Мәндес теңсіздіктер жүйесіне көшеміз // Перейдем к равносильной системе неравенств:

$$\begin{cases} \frac{(x + 1)(x + 2)}{x} \geq 0 \\ (4 + x)(1 - x) > 0 \\ (4 + x)(1 - x) = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$$



*Жауабы // Ответ :*  $\{-4\} \cup [-2; -1] \cup (0; 1]$

3. Төрт санның алғашқы үшеуі геометриялық прогрессияны құрайды, ал соңғы үшеуі арифметикалық прогрессияны құрайды. Екі шеткі сандардың қосындысы 21-ге тең. Ортаңғы екі санның қосындысы 18-ге тең. Берілген сандарды табыңыз. //

Найдите четыре числа, первые три из которых составляют геометрическую прогрессию, а последние три – арифметическую прогрессию. Известно, что сумма крайних чисел равна 21, а сумма средних чисел равна 18.

*Шешуі // Решение:*

$b_1, b_1q, b_1q + d, b_1q + 2d$  - берілген сандар // данные числа

$$b_3 = b_1q^2 = b_1q + d$$

$$\begin{cases} b_1q^2 = b_1q + d, \\ b_1 + b_1q + 2d = 21, \\ b_1q + b_1q + d = 18, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1q^2 - b_1q = d, \\ b_1 + b_1q + 2(b_1q^2 - b_1q) = 21, \\ b_1q + b_1q + b_1q^2 - b_1q = 18, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} b_1(2q^2 - q + 1) = 21, \\ b_1(q^2 + q) = 18, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} b_1 = \frac{18}{q^2 + q}, \\ \frac{2q^2 - q + 1}{q^2 + q} = \frac{21}{18}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{18}{q^2 + q}, \\ 5q^2 - 13q + 6 = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{18}{q^2 + q}, \\ \begin{cases} q_1 = 2, \\ q_2 = \frac{3}{5}, \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1' = 3 \\ q_1 = 2 \\ b_1'' = 18,75 \\ q_2 = \frac{3}{5} \end{cases}$$

*Жауабы // Ответ:* 1) 3; 6; 12; 18; 2) 18,75; 11,25; 6,75; 2,25.

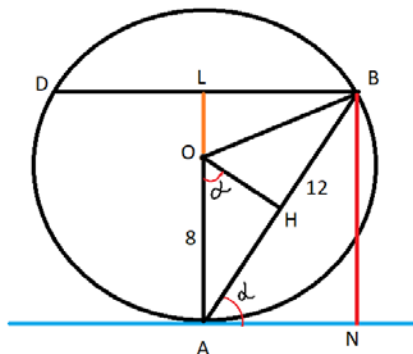
### Геометрия

4. Радиусы 8 см болатын шеңбер берілген. Шеңбердегі АВ хордасы 12 см. А нүктесінен жанама жүргізілген, ал В нүктесінен жанамаға параллель болатындай ВD хордасы жүргізілген. Жанама мен ВD хордасының арақашықтығын анықтаңыз.

Радиус окружности равен 8 см, а хорда АВ=12 см. В точке А проведена касательная, а из точки В - хорда ВD, параллельная касательной.

Определите расстояние между касательной и хордой ВD.

*Шешуі // Решение:*



$$r = 8, AB = 12. AL = ?$$

$$\frac{1}{2} \cup AB = \angle AOH = \angle BAN, AO = OB - \text{радиус}, AL \parallel BN, AL = BN.$$

$$\Delta OAH : \sin \alpha = \frac{AH}{AO}, \Delta ABN : \sin \alpha = \frac{BN}{AB}$$

$$\frac{AH}{AO} = \frac{BN}{AB}, \quad \frac{6}{8} = \frac{BN}{12} \quad BN = 9$$

Жауабы/ответ:  $AL=9$

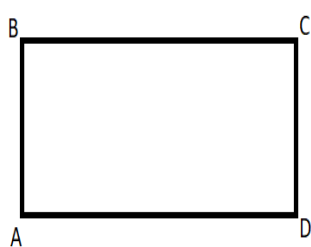
5. ABCD тіктөртбұрышында  $AB=2$ ,  $AD=6$ .  $\vec{AE} \cdot \vec{AB} = 6$ ,  $\vec{AE} \cdot \vec{AD} = -12$  болатындай

Е нүктесі алынған.  $\vec{AE}$  векторын  $\vec{AB}$  және  $\vec{AD}$  арқылы жіктеңіз.

В прямоугольнике ABCD  $AB=2$ ,  $AD=6$ , точка E такова, что  $\vec{AE} \cdot \vec{AB} = 6$ ,  $\vec{AE} \cdot \vec{AD} = -12$

Разложите вектор  $\vec{AE}$  по векторам  $\vec{AB}$  и  $\vec{AD}$

Шешуі // Решение:



$$\vec{AE} \cdot \vec{AB} = 6, \quad \vec{AE} \cdot \vec{AD} = -12$$

$$\vec{AE} = x\vec{AB} + y\vec{AD}, \quad x, y - ?$$

$$\vec{AB} \perp \vec{AD}, \quad \vec{AB} \cdot \vec{AD} = 0$$

$$(x\vec{AB} + y\vec{AD}) \cdot \vec{AB} = 6, \quad x(\vec{AB})^2 + 0 = 6, \quad (\vec{AB})^2 = 4,$$

$$x \cdot 4 = 6, \quad x = 1,57$$

$$(x\vec{AB} + y\vec{AD}) \cdot \vec{AD} = -12, \quad 0 + y(\vec{AD})^2 = -12,$$

$$(\vec{AD})^2 = 36, \quad y \cdot 36 = -12, \quad y = -\frac{1}{3}$$

$$\vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AD}$$

$$\text{Жауабы/ответ: } \vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AD}$$

## Физика

1. Массасы 1 кг граната 20 м/с жылдамдықпен батысқа қарай ұшып бара жатып, екі бөлікке жарылды. Массасы 0,2 кг болатын бірінші бөлігі гранатаның ұшу бағытымен 500 м/с жылдамдықпен қозғала бастайды. Екінші бөлік қай бағытта және қандай жылдамдықпен ұшып кетеді?

**Шешуі:**

Жүйе импульсі:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Жүйенің соңғы импульсі бөліктердің импульстерінің қосындысына тең

$$\vec{p} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2,$$

Екінші бөліктің массасы  $m_2 = m - m_1$

Импульстің сақталу заңы бойынша тұйық жүйеде бастапқы және соңғы импульстер тең.

Сондықтан

1. Граната массой 1 кг, летящая со скоростью 20 м/с на запад, разрывается на два осколка. Один массой 0,2 кг начинает двигаться со скоростью 500 м/с в направлении полета гранаты. В каком направлении и с какой скоростью полетит другой осколок?

**Решение:**

Импульс системы определяется по формуле

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Конечный импульс системы равен сумме импульсов осколков

$$\vec{p} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2,$$

где масса второго осколка  $m_2 = m - m_1$

Согласно закону сохранения импульса, начальный и конечный импульсы в замкнутой системе тел равны. Следовательно

$$m\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + (m - m_1)\vec{v}_2.$$

Бұл теңдеу ОХ осі үшін мынандай түрге ие

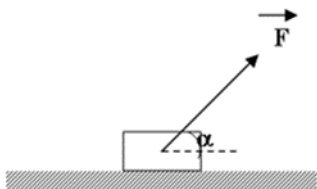
$$mv_x = m_1v_{1x} + (m - m_1)v_{2x}$$

Бұдан:

$$v_{2x} = \frac{mv_x - m_1v_{1x}}{(m - m_1)} = \frac{1 * 20 - 0.2 * 500}{1 - 0.2} = -100 \text{ м/с}$$

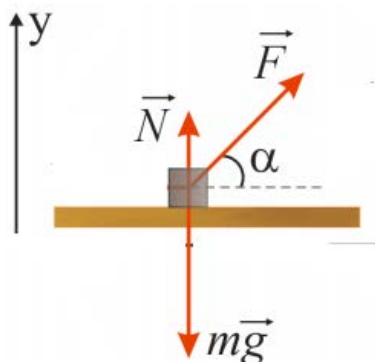
**Жауабы:**  $v_2 = 100 \text{ м/с}$

2. Массасы 600 г дене 8 Н күштің әсерінен үстел бетімен қозғалады. Егер күштің әсер ету сызығы горизонтпен  $30^\circ$  бұрыш жасаса, онда дене үстелге қандай қысым күшін түсіреді?



**Шешуі:**

Денеге  $\vec{F}$  күшінен басқа  $m\vec{g}$  ауырлық күші және тіректің реакция күші  $\vec{N}$  әсер етеді (суретке қара).



Дене үшін Ньютонның екінші заңын жазайық:  $m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N}$ . (1)

Координаталық осьтің бағытын суреттегідей таңдайық. (1) теңдеуді осы оське проекциялайық:

$$0 = F \cdot \sin \alpha + N - mg. \quad (2)$$

(2) теңдеуден тіректің реакция күшін өрнектесек:

$$N = mg - F \cdot \sin \alpha$$

Ньютонның үшінші заңына сәйкес:  $N = P$

$$m\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + (m - m_1)\vec{v}_2.$$

В проекциях на ось ОХ это уравнение примет вид

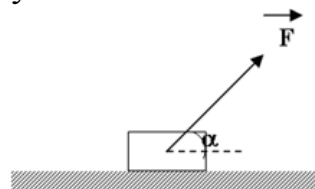
$$mv_x = m_1v_{1x} + (m - m_1)v_{2x}$$

Отсюда:

$$v_{2x} = \frac{mv_x - m_1v_{1x}}{(m - m_1)} = \frac{1 * 20 - 0.2 * 500}{1 - 0.2} = -100 \text{ м/с}$$

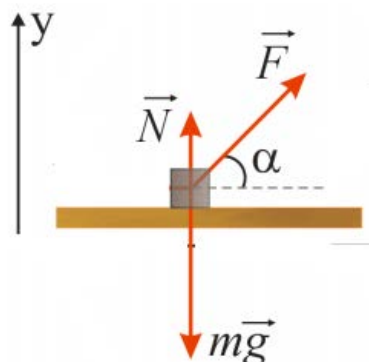
**Ответ:**  $v_2 = 100 \text{ м/с}$

2. Тело массой 600 г под действием силы величиной 8 Н, двигается по поверхности стола. С какой силой давит это тело на стол, если линия действия этой силы составляет  $30^\circ$  к горизонту?



**Решение:**

На тело, помимо силы  $\vec{F}$ , действуют: сила тяжести  $m\vec{g}$  и сила реакции опоры  $\vec{N}$  (см. рис).



Запишем второй закон Ньютона для тела:  $m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N}$ . (1)

Выберем направления координатной оси как показано на рисунке. Спроецируем уравнение (1) на эту ось:

$$0 = F \cdot \sin \alpha + N - mg. \quad (2)$$

Выразим из (2) силу реакции опоры:

$$N = mg - F \cdot \sin \alpha$$

Согласно третьему закону Ньютона:

$$N = P$$

$$P = 0.6 \text{ кг} \times 10 \text{ Н/кг} - 8 \text{ Н} \times 0.5 = 2 \text{ Н}$$

$$P = 0.6 \text{ кг} \times 10 \text{ Н/кг} - 8 \text{ Н} \times 0,5 = 2 \text{ Н}$$

**Жауабы:** 2 Н

3. Серіппелі маятникте ілулі тұрған шарикті радиусы екі есе кіші, ал тығыздығы екі есе үлкен шарикпен алмастырсақ, онда серіппелі маятниктің тербеліс периоды қалай және қанша есе өзгереді?

**Шешуі:**

Серіппелі маятниктің периоды

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Мұндағы масса  $m = \frac{4\pi}{3} R^3 \rho$  –ға тең.

Екінші шариктің массасын бірінші шариктің массасымен өрнектесек:

$$m_2 = \frac{4\pi}{3} \frac{R^3}{8} 2\rho = \frac{1}{4} m_1$$

Онда

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \frac{1}{2}$$

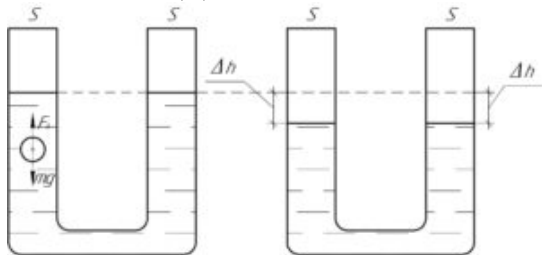
**Жауабы:** Период екі есе кемиді.

4. Бірдей деңгейге дейін сумен толтырылған екі қатынас ыдыстың біреуінде массасы 100 г болатын шарик жүзіп жүр. Қатынас ыдыстардың әрқайсысының көлденең қимасы  $2 \text{ см}^2$  – қа тең. Егер шарикті алып тастар болсақ, онда судың деңгейі қалай өзгереді?

**Решение:**

Ыдысқа салынған шарик  $V_{ш}$  шариктің көлеміне тең  $V_{в}$  суды ығыстырады. Яғни:

$$V_{ш} = V_{в} \quad (1)$$



Ыдыстар қатынас болғандықтан судың деңгейі (шарикті батырғанда) екі ыдыстада көтеріледі. Егер ыдыстан шарикті алар болсақ, онда ыдыстардағы су деңгейі бірдей  $\Delta h$

**Ответ:** 2 Н

3. Как и во сколько раз изменится период колебаний пружинного маятника, если шарик на пружине заменить другим шариком, радиус которого вдвое меньше, а плотность — в два раза больше?

**Решение:**

Период колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

где  $m = \frac{4\pi}{3} R^3 \rho$

Выразим массу второго шарика через массу первого:  $m_2 =$

$$\frac{4\pi}{3} \frac{R^3}{8} 2\rho = \frac{1}{4} m_1$$

Тогда следует  $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \frac{1}{2}$

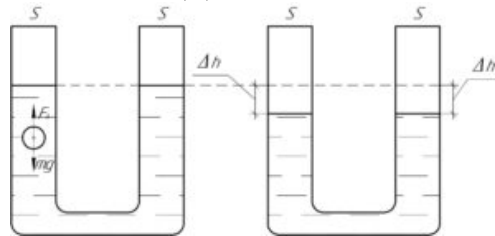
**Ответ:** Период уменьшится в 2 раза

4. В одном из двух одинаковых заполненных водой сообщающихся сосудов плавает шарик массой 100 г. Сечение каждого сосуда  $2 \text{ см}^2$ . На сколько изменится уровень воды, если вынуть шарик?

**Решение:**

Шарик, помещенный в один из сосудов, выдавит воду в объеме  $V_{в}$ , равном объему шарика  $V_{ш}$ , то есть:

$$V_{ш} = V_{в} \quad (1)$$



Поскольку сосуды сообщающиеся, то уровень воды (при погружении шарика) поднимется в обоих сосудах. Если вынуть шарик, то жидкость в левом и правом сосуде опустится на высоту  $\Delta h$

биіктікке түседі.

Осы ізделетін шаманы келесі қатынастан іздейміз

$$V_{\text{з}} = 2S\Delta h \quad (2)$$

Егер шарик жүзіп жүрер болса, онда Архимед күші ауырлық күшіне тең (дененің жүзу шарты):

$$F_A = mg$$

$$\rho_{\text{з}} g V_{\text{з}} = mg$$

$$m = \rho_{\text{з}} V_{\text{з}}$$

$$V_{\text{з}} = \frac{m}{\rho_{\text{з}}}$$

(3)

(2) мен (3) -ті (1) қояр болсақ, онда:

$$\frac{m}{\rho_{\text{з}}} = 2S\Delta h$$

Осыдан есептің жауабын жалпы түрде алатын болсақ мынадай түрге ие болады:

$$\Delta h = \frac{m}{2\rho_{\text{з}}S}$$

$$\Delta h = \frac{0,1}{2 \cdot 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 0,25 \text{ м}$$

**Жауабы: 0,25 м**

Эту искомую величину следует искать из следующего соотношения:

$$V_{\text{з}} = 2S\Delta h \quad (2)$$

Если шарик плавает, значит действующая на него сила Архимеда равна силе тяжести (условие плавания тел):

$$F_A = mg$$

$$\rho_{\text{з}} g V_{\text{з}} = mg$$

$$m = \rho_{\text{з}} V_{\text{з}}$$

$$V_{\text{з}} = \frac{m}{\rho_{\text{з}}} \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1), тогда:

$$\frac{m}{\rho_{\text{з}}} = 2S\Delta h$$

Откуда получим решение задачи в общем виде, оно выглядит так:

$$\Delta h = \frac{m}{2\rho_{\text{з}}S}$$

$$\Delta h = \frac{0,1}{2 \cdot 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 0,25 \text{ м}$$

**Ответ: 0,25 м**

**Әр есепті бағалау критерийлері: // Критерий оценивания каждой задачи:**

0 ұпай // 0 баллов – есеп шығарылмаған // задача не решена.

1 ұпай // 1 балл – жауабы дұрыс, есепті шығару жолы көрсетілмеген НЕМЕСЕ есепті шығару жолы дұрыс бірақ шешімі аяғына дейін көрсетілмеген // ответ верный, решения нет ИЛИ идея решения верная, но решение не доведено до конца.

2 ұпай // 2 балла – шығару жолы толық емес, бірақ жауабы дұрыс НЕМЕСЕ шығару жолы толық көрсетілген, бірақ есептеуде техникалық қате жіберілген. // неполное решение с правильным ответом ИЛИ решение корректное и полное, но допущена техническая ошибка.

3 ұпай // 3 балла – дұрыс және толық шығару жолы көрсетілген, жауабы дұрыс // корректное и полное решение, верный ответ.

**10-сыныпқа түсу емтиханы бойынша шешімдер мен бағалау критерийлері // Решения и критерий оценивания вступительного экзамена в 10 класс**

**II-нұсқа/вариант  
Алгебра**

1. Өрнекті ықшамдаңыз // Упростите выражение

$$\frac{\sin\left(\frac{5\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)\left(1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{3\alpha}{4} - \frac{\pi}{2}\right)\right)\cos^2\frac{\alpha}{4}}{\operatorname{tg}^2\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\alpha}{4}\right) - \operatorname{tg}^2\left(\frac{3\alpha}{4} - \frac{7\pi}{2}\right)}$$

*Шешуі // Решение:*

Келтіру және қос бұрыш формулаларын, тригонометриялық функциялардың қосындысын олардың көбейтіндісіне түрлендіру формулаларын қолдана отырып, өрнекті ықшамдаймыз.

Упростим выражение, применяя формулы приведения, формулы двойного угла, формулы преобразования суммы или разности тригонометрических функций в их произведение, тригонометрические тождества.

$$\begin{aligned} \frac{\sin\left(\frac{5\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)\left(1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{3\alpha}{4} - \frac{\pi}{2}\right)\right)\cos^2\frac{\alpha}{4}}{\operatorname{tg}^2\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\alpha}{4}\right) - \operatorname{tg}^2\left(\frac{3\alpha}{4} - \frac{7\pi}{2}\right)} &= \frac{\cos\frac{\alpha}{2}\left(1 + \operatorname{ctg}^2\frac{3\alpha}{4}\right)\cos^2\frac{\alpha}{4}}{\operatorname{ctg}^2\left(\frac{\alpha}{4}\right) - \operatorname{ctg}^2\left(\frac{3\alpha}{4}\right)} = \frac{\cos\frac{\alpha}{2} \cdot \frac{1}{\sin^2\frac{3\alpha}{4}} \cdot \cos^2\frac{\alpha}{4}}{\left(\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{4} - \operatorname{ctg}\frac{3\alpha}{4}\right)\left(\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{4} + \operatorname{ctg}\frac{3\alpha}{4}\right)} = \\ &= \frac{\cos\frac{\alpha}{2} \cdot \frac{1}{\sin^2\frac{3\alpha}{4}} \cdot \cos^2\frac{\alpha}{4}}{\frac{\sin\left(\frac{3\alpha}{4} - \frac{\alpha}{4}\right)\sin\left(\frac{3\alpha}{4} + \frac{\alpha}{4}\right)}{\sin^2\frac{\alpha}{4} \cdot \sin^2\frac{3\alpha}{4}}} = \frac{4\sin^2\frac{\alpha}{4}\cos^2\frac{\alpha}{4}\cos\frac{\alpha}{2}}{4\sin^2\frac{\alpha}{4}\sin\alpha} = \frac{\sin^2\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{4\sin^2\frac{\alpha}{4}\sin\alpha} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{8\sin\alpha} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

*Жауабы//Ответ :*  $\frac{1}{8}$

2. Теңсіздікті шешіңіз // Решите неравенство

$$x\sqrt{(x+2)(3-x)} \leq \left(1 + \frac{2}{x}\right)\sqrt{6+x-x^2}$$

*Шешуі // Решение:*

$$\begin{aligned} x\sqrt{(x+2)(3-x)} - \left(1 + \frac{2}{x}\right)\sqrt{6+x-x^2} &\leq 0 \Leftrightarrow \left(x - 1 - \frac{2}{x}\right)\sqrt{(x+2)(3-x)} \leq 0 \Leftrightarrow \\ \frac{x^2-x-2}{x}\sqrt{(x+2)(3-x)} &\leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-2)}{x}\sqrt{(x+2)(3-x)} \leq 0 \end{aligned}$$

Перейдем к равносильной системе неравенств:

$$\begin{cases} \frac{(x+1)(x-2)}{x} \geq 0 \\ (x+2)(3-x) > 0 \\ (x+2)(3-x) = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$$



*Жауабы//Ответ :*  $[-2; -1] \cup (0; 2] \cup \{3\}$

3. Төрт санның алғашқы үшеуі геометриялық прогрессияны құрайды, ал соңғы үшеуі арифметикалық прогрессияны құрайды. Екі шеткі сандардың қосындысы 11-ге тең. Ортаңғы екі санның қосындысы 10-ға тең. Берілген сандарды табыңыз. //

Найдите четыре числа, первые три из которых составляют геометрическую прогрессию, а последние три – арифметическую прогрессию. Известно, что сумма крайних чисел равна 11, а сумма средних чисел равна 10.

*Шешуі // Решение:*

$b_1, b_1q, b_1q + d, b_1q + 2d$  - берілген сандар // данные числа

$$b_3 = b_1q^2 = b_1q + d$$

$$\begin{cases} b_1q^2 = b_1q + d, \\ b_1 + b_1q + 2d = 11, \\ b_1q + b_1q + d = 10, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1q^2 - b_1q = d, \\ b_1 + b_1q + 2(b_1q^2 - b_1q) = 11, \\ b_1q + b_1q + b_1q^2 - b_1q = 10, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b_1(2q^2 - q + 1) = 11, \\ b_1(q^2 + q) = 10, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{10}{q^2+q}, \\ \frac{2q^2 - q + 1}{q^2 + q} = \frac{11}{10}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{10}{q^2+q}, \\ 9q^2 - 21q + 10 = 0, \end{cases} \Leftrightarrow$$

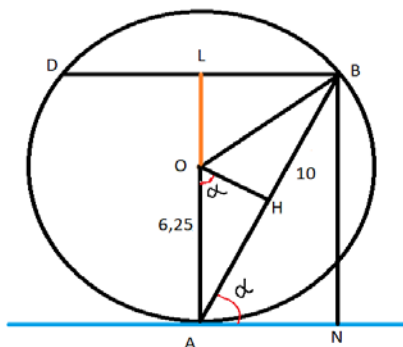
$$\Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{10}{q^2+q}, \\ \begin{cases} q_1 = \frac{2}{3}, \\ q_2 = \frac{5}{3}, \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} b_1' = 9 \\ q_1 = \frac{2}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} b_1'' = \frac{9}{4} \\ q_2 = \frac{5}{3} \end{cases} \end{cases}$$

Жауабы//Ответ: 1) 9; 6; 4; 2; 2)  $\frac{9}{4}; \frac{15}{4}; \frac{25}{4}; \frac{35}{4}$ .

### Геометрия

4. Радиусы 6,25 см болатын шеңбер берілген. Шеңбердегі АВ хордасы 10 см. А нүктесінен жанама жүргізілген, ал В нүктесінен жанамаға параллель болатындай ВD хордасы жүргізілген. Жанама мен ВD хордасының арақашықтығын анықтаңыз.

Радиус окружности равен 6,25 см, а хорда АВ=10 см. В точке А проведена касательная, а из точки В - хорда ВD, параллельная касательной. Определите расстояние между касательной и хордой ВD.



*Шешуі // Решение:*

$r = 6,25, AB = 10. AL = ?$

$\frac{1}{2} \cup AB = \angle AOH = \angle BAN, AO = OB$ -радиус,  $AL \parallel BN,$   
 $AL = BN.$

$$\Delta OAH : \sin \alpha = \frac{AH}{AO}, \Delta ABN : \sin \alpha = \frac{BN}{AB}$$

$$\frac{AH}{AO} = \frac{BN}{AB}, \quad \frac{5}{6,25} = \frac{BN}{10} \quad BN = 8$$

Жауабы/ответ:  $AL = 8$



5. ABCD тіктөртбұрышында  $AB=2$ ,  $BC=3$ .  $\vec{AF} \cdot \vec{AB} = -4$ ,  $\vec{AF} \cdot \vec{BC} = 6$  болатындай

$F$  нүктесі алынған.  $\vec{AF}$  векторын  $\vec{AB}$  және  $\vec{BC}$  арқылы жіктеңіз.

В прямоугольнике ABCD  $AB=2$ ,  $BC=3$ , точка F такова, что  $\vec{AF} \cdot \vec{AB} = -4$ ,  $\vec{AF} \cdot \vec{BC} = 6$

Разложите вектор  $\vec{AF}$  по векторам  $\vec{AB}$  и  $\vec{BC}$

Шешуі // Решение:



$$\vec{AF} \cdot \vec{AB} = -4, \quad \vec{AF} \cdot \vec{BC} = 6$$

$$\vec{AF} = x\vec{AB} + y\vec{BC}, \quad x, y = ?$$

$$\vec{AB} \perp \vec{BC}, \quad \vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0$$

$$(x\vec{AB} + y\vec{BC})\vec{AB} = -4, \quad x(\vec{AB})^2 + 0 = -4, \quad (\vec{AB})^2 = 4,$$

$$x \cdot 4 = -4, \quad x = -1$$

$$(x\vec{AB} + y\vec{BC})\vec{BC} = 6, \quad 0 + y(\vec{BC})^2 = 6,$$

$$(\vec{BC})^2 = 9, \quad y \cdot 9 = 6, \quad y = \frac{2}{3}$$

$$\vec{AF} = -\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{BC}$$

Жауабы/ответ:  $\vec{AF} = -\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{BC}$

## Физика

1. Массасы  $m=1$  кг болатын дене  $H=19,6$  м биіктіктен құлады. Қозғалыс уақытының соңғы секундындағы дене импульсінің өзгерісін және  $h=4,9$  м биіктіктегі дене импульсін анықта.

**Шешуі:**

Күш импульсі дене импульсінің өзгерісіне тең.

$$\vec{\Delta p} = \vec{F} \Delta t$$

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

$$\vec{\Delta p} = m\vec{g} (t - (t-1))$$

$$\Delta p = 1 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot 1 \text{ с} = 10 \text{ кг} \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

Дененің  $h=4,9$  м биіктіктегі импульсі:

$$p_1 = m\vartheta$$

Дене жылдамдығын берілген биіктік үшін энергияның сақталу заңымен анықтаймыз:

$$mgH = mgh + \frac{m\vartheta^2}{2}$$

1. Тело массой  $m=1$  кг упало с высоты  $H=19,6$  м. Определить изменение импульса тела за последнюю секунду движения и импульс тела на высоте  $h=4,9$  м.

**Решение:**

Импульс силы равен изменению импульса тела.

$$\vec{\Delta p} = \vec{F} \Delta t$$

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

$$\vec{\Delta p} = m\vec{g} (t - (t-1))$$

$$\Delta p = 1 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot 1 \text{ с} = 10 \text{ кг} \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

Импульс тела на высоте  $h=4,9$  м определяется по формуле:

$$p_1 = m\vartheta$$

Скорость тела на заданной высоте найдем по закону сохранения энергии:

$$mgH = mgh + \frac{m\vartheta^2}{2}$$

Бұдан

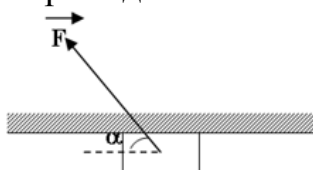
$$p = m\sqrt{2g(H-h)}$$

$p =$

$$1 \text{ кг} \sqrt{2 \cdot 10(19,6\text{м} - 4,9\text{м})} = 17 \text{ кг} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

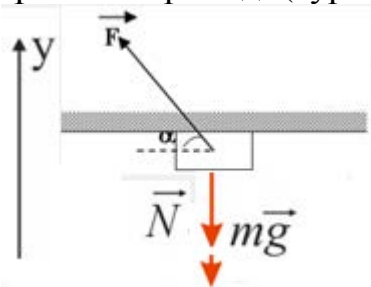
**Жауабы:**  $10 \text{ кг} \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ,  $17 \text{ кг} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2. Массасы 0,2 кг дене 6 Н күштің әсерінен суретте көрсетілген төбе бетімен қозғалады. Егер күштің әсер ету сызығы горизонтпен  $30^\circ$  бұрыш жасаса, онда дене төбеге қандай күшпен әсер етеді?



**Шешуі:**

Денеге  $\vec{F}$  күшінен басқа  $m\vec{g}$  ауырлық күші және тіректің реакция күші  $\vec{N}$  әсер етеді (суретке қара).



Денеге Ньютонның екінші заңын жазайық:  $m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N}$ . (1)

Координаталық осьтің бағытын суреттегідей таңдайық. (1) теңдеуді осы оське проекциялайық:

$$0 = F \cdot \sin \alpha - N - mg \quad (2)$$

(2) теңдеуден тіректің реакция күшін өрнектесек:

$$N = F \cdot \sin \alpha - mg$$

Ньютонның үшінші заңына сәйкес:

$$N = P$$

$$P = 6 \text{ Н} \times 0,5 - 0,2 \text{ кг} \times 10 \text{ Н/кг} = 1 \text{ Н}$$

**Жауабы:** 1 Н

3. Екі математикалық маятник бірдей уақыт аралығында біріншісі  $N_1 = 30$ , ал екіншісі  $N_2 = 40$  тербеліс жасайды. Маятник жіптерінің

Отсюда

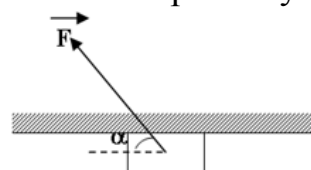
$$p = m\sqrt{2g(H-h)}$$

$p =$

$$1 \text{ кг} \sqrt{2 \cdot 10(19,6\text{м} - 4,9\text{м})} = 17 \text{ кг} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

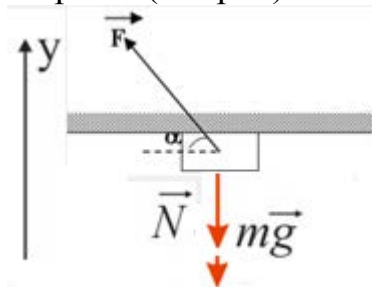
**Ответ:**  $10 \text{ кг} \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ,  $17 \text{ кг} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2. Тело массой 0,2 кг под действием силы величиной 6 Н, двигается по поверхности потолка. С какой силой давит это тело на потолок, если линия действия этой силы составляет  $30^\circ$  к горизонту?



**Решение:**

На тело, помимо силы  $\vec{F}$ , действуют: сила тяжести  $m\vec{g}$  и сила реакции опоры  $\vec{N}$  (см. рис).



Запишем второй закон Ньютона для тела:  $m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N}$ . (1) Выберем направления координатной оси как показано на рисунке. Спроецируем уравнение (1) на эту ось:

$$0 = F \cdot \sin \alpha - N - mg \quad (2)$$

Выразим из (2) силу реакции опоры:

$$N = F \cdot \sin \alpha - mg$$

Согласно третьему закону Ньютона:

$$N = P$$

$$P = 6 \text{ Н} \times 0,5 - 0,2 \text{ кг} \times 10 \text{ Н/кг} = 1 \text{ Н}$$

**Ответ:** 1 Н

3. Два математических маятника за одно и то же время совершают — первый  $N_1 = 30$ , а второй —  $N_2 = 40$  колебаний. Какова длина каждого из

ұзындықтарының айырымы  $\Delta l = 7$  см –ге тең деп есептеп, маятниктердің әр жіптерінің ұзындығын анықтаңдар.

**Шешуі:** Математикалық маятниктің периоды

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$N_1 < N_2$ , болғандықтан бірінші маятниктің жібінің ұзындығы екінші маятниктікінен ұзын. Маятниктердің периодтарының қатынасы

$$T = \frac{t}{N}, \quad \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l + \Delta l}{l}} = \frac{N_2}{N_1}$$

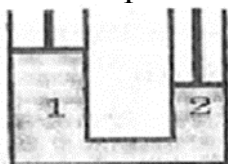
Осы теңдеуден екінші маятниктің жібінің ұзындығы:

$$l_2 = l = \frac{N_1^2}{N_2^2 - N_1^2} \Delta l$$

Бірінші маятниктің ұзындығы  $l_1 = l + \Delta l$

**Жауабы:**  $l_1 = 16$  см,  $l_2 = 9$  см

4. Суретте көрсетілген қатынас ыдыстардағы поршеньдер тепе-теңдік кезінде бірінші поршень екінші поршенге қарағанда  $h_1 = 20$  см –ге биік орналасады. Поршень массалары  $m_1 = 2$  кг және  $m_2 = 4$  кг. Егер бірінші поршенге  $m_3 = 3$  кг болатын гір тасын қояр болсақ, онда поршеньдер бірдей биіктікте орналасады. Егер гір тасын екінші поршенге ауыстырар болсақ, онда поршеньдер қалай орналасады?



**Шешуі:**

Теңдеулер жүйесін аламыз:

них, если разность их длин  $\Delta l = 7$  см?

**Решение:** Период колебаний математического маятника  $T =$

$$2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Поскольку  $N_1 < N_2$ , длина первого маятника больше длины второго.

Отношение их периодов

$$T = \frac{t}{N}, \quad \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{l + \Delta l}{l}} = \frac{N_2}{N_1}$$

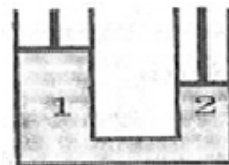
Отсюда найдем длину второго маятника:

$$l_2 = l = \frac{N_1^2}{N_2^2 - N_1^2} \Delta l$$

Длина первого маятника  $l_1 = l + \Delta l$

**Ответ:**  $l_1 = 16$  см,  $l_2 = 9$  см

4. При равновесии поршень в первом из сообщающихся сосудов устанавливается на  $h_1 = 20$  см выше, чем во втором. Массы поршней  $m_1 = 2$  кг и  $m_2 = 4$  кг. Если на первый поршень поставить гирию массой  $m_3 = 3$  кг, то поршни установятся на одинаковой высоте. Как расположатся поршни, если гирию переставить на второй поршень?



**Решение:**

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{m_2 g}{S_2} - \frac{m_1 g}{S_1} = \rho g h_1, \\ \frac{m_2 g}{S_2} - \frac{(m_1 + m_3) g}{S_1} = 0, \\ \frac{(m_2 + m_3) g}{S_2} - \frac{m_1 g}{S_1} = \rho g h. \end{cases}$$

Теңдеулер жүйесін шешу арқылы бірінші поршень екінші поршеннен

$$h = h_1 (m_1 + m_2 + m_3) / m_2$$

-қа жоғары екенін анықтаймыз.

$$h = 45 \text{ см}$$

**Жауабы: 45 см**

$$\begin{cases} \frac{m_2 g}{S_2} - \frac{m_1 g}{S_1} = \rho g h_1, \\ \frac{m_2 g}{S_2} - \frac{(m_1 + m_3) g}{S_1} = 0, \\ \frac{(m_2 + m_3) g}{S_2} - \frac{m_1 g}{S_1} = \rho g h. \end{cases}$$

Находим: первый поршень будет расположен выше второго

$$\text{на } h = h_1 (m_1 + m_2 + m_3) / m_2 .$$

$$h = 45 \text{ см}$$

**Ответ: 45 см**

**Әр есепті бағалау критерийлері: // Критерий оценивания каждой задачи:**

0 ұпай // 0 баллов – есеп шығарылмаған // задача не решена.

1 ұпай // 1 балл – жауабы дұрыс, есепті шығару жолы көрсетілмеген НЕМЕСЕ есепті шығару жолы дұрыс бірақ шешімі аяғына дейін көрсетілмеген // ответ верный, решения нет ИЛИ идея решения верная, но решение не доведено до конца.

2 ұпай // 2 балла – шығару жолы толық емес, бірақ жауабы дұрыс НЕМЕСЕ шығару жолы толық көрсетілген, бірақ есептеуде техникалық қате жіберілген. // неполное решение с правильным ответом ИЛИ решение корректное и полное, но допущена техническая ошибка.

3 ұпай // 3 балла – дұрыс және толық шығару жолы көрсетілген, жауабы дұрыс // корректное и полное решение, верный ответ