



Некоммерческое акционерное общество «Республиканская физико-математическая школа»

Алгебра және анализ бастамалары, геометрия // алгебра и начала анализа, геометрия

11 сынып // 11 класс

22 тамыз 2018 жыл. // 22 августа 2018 года.

Бірінші нұсқа // Первый вариант.

Алгебра және анализ бастамалары // Алгебра и начала анализа

№ 1 (2 ұпай // 2 балла). Теңдеуді шешіндер // Решите уравнение:

$$\sqrt{9 - x^2} = -|x^2 + 4x + 3|$$

Жауабы // Ответ: $\{-3\}$.

№ 2 (4 ұпай // 4 балла). Теңсіздікті шешіндер // Решите неравенство:

$$\cos 3x + 2 \cos x \geq 0$$

Жауабы // Ответ: $\left[-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; -\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right] \cup \left[-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right] \cup \left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n\right], n \in \mathbb{Z}$.

№ 3 (4 ұпай // 4 балла). $f(x) = \ln \frac{2-4x}{2+x^2}$ функциясының $[-4; 0]$

аралығындағы ең үлкен және ең кіші мәндерін табындар //

Найдите наибольшее и наименьшее значение функции

$f(x) = \ln \frac{2-4x}{2+x^2}$ на отрезке $[-4; 0]$.

Жауабы // Ответ: $\max_{[-4;0]} f(x) = \ln 2, \min_{[-4;0]} f(x) = 0$.

№ 4 (4 ұпай // 4 балла). Функциялардың графиктеріне ортақ жанама

тендеуін жазыңыз $f(x) = x^2 - 2x + 5$ және $g(x) = x^2 + 2x - 11$. //

Найдите уравнение общей касательной к графикам функций $f(x) = x^2 - 2x + 5$ и $g(x) = x^2 + 2x - 11$.

Жауабы // Ответ: $y = 8x - 20$.

№ 5 (4 ұпай // 4 балла). $ax^4 + bx^3 + 1$ көпмүшелігі $(x - 1)^2$ -на бөлінетіні белгілі болса, a, b параметрлерінің барлық мәндерін табыңыз. //

Найдите все значения параметров a и b , если известно, что $ax^4 + bx^3 + 1$ делится на $(x - 1)^2$.

Жауабы // Ответ: $a = 3, b = -4$.

Бірінші нұсқа // Первый вариант.

Геометрия

№ 6 (3 ұпай // 3 балла). α және β жазықтықтары s түзуі бойымен қиылысады. α және β жазықтықтарының әрқайсысынан 3 см қашықтықта орналасқан нүкте, s түзуінен 6 см қашықтықта болса, онда α және β жазықтықтарының арасындағы бұрышты табындар. //

Плоскости α и β пересекаются по прямой s . Найдите угол между плоскостями α и β , если точка, удаленная от каждой из плоскостей на 3 см, удалена от прямой s на 6 см.

Жауабы // Ответ: $\frac{\pi}{3}$.

№ 7 (4 ұпай // 4 балла). $A(-4; 3; 1)$ және $B(2; -1; 5)$ нүктелері берілген. C нүктесі AB кесіндісінің ортасы. S нүктесіне симметриялы $K(-2; 1; -3)$, нүктесіне қарағанда, $x=1$ жазықтығына қарағандағы нүктелер координатасын жазындар. //

Даны точки $A(-4; 3; 1)$ и $B(2; -1; 5)$. Запишите координаты точек, симметричных точке C – середине отрезка AB – относительно точки $K(-2; 1; -3)$, относительно плоскости $x = 1$.

Жауабы // Ответ: $C(-1; 1; 3); C_1(-3; 1; -9), C_2(3; 1; 3)$.

№ 8 (5 ұпай // 5 баллов). $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ кубының қабырғасы a -ға тең. M – нүктесі $AB_1 C$ үшбұрышының центрі, O – нүктесі $ABCD$ табанының центрі. BM және AC түзулерінің арақашықтығын табындар. Олардың ортақ перпендикулярлары болатын кесіндіні анықтаңдар (оны дәлелдендер). //

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро равно a . Точка M – центр треугольника $AB_1 C$, точка O – центр квадрата основания $ABCD$. Вычислите расстояние между BM и AC . Определите отрезок, являющийся их общим перпендикуляром (докажите это).

Жауабы // Ответ: $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.



Некоммерческое акционерное общество «Республиканская физико-математическая школа»

Алгебра және анализ бастамалары, геометрия // алгебра и начала анализа, геометрия

11 сынып // 11 класс

22 тамыз 2018 жыл. // 22 августа 2018 года.

Екінші нұсқа // Второй вариант.

Алгебра және анализ бастамалары // Алгебра и начала анализа

№ 1 (2 ұпай // 2 балла). Теңдеуді шешіндер // Решите уравнение:

$$\sqrt{25 - x^2} = -|x^2 + 2x - 15|$$

Жауабы // Ответ: $\{-5\}$.

№ 2 (4 ұпай // 4 балла). Теңсіздікті шешіндер // Решите неравенство:

$$\sin 3x - 2 \sin x \geq 0$$

Жауабы // Ответ: $\left[-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n\right] \cup \left[2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \pi + 2\pi n\right], n \in \mathbb{Z}$.

№ 3 (4 ұпай // 4 балла). $f(x) = \ln \frac{2x-1}{x^2+2}$ функциясының $[1; 5]$ аралығындағы ең үлкен және ең кіші мәндерін табыңдар //

Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = \ln \frac{2x-1}{x^2+2}$ на отрезке $[1; 5]$.

Жауабы // Ответ: $\max_{[1;5]} f(x) = -\ln 2, \min_{[1;5]} f(x) = -\ln 3$.

№ 4 (4 ұпай // 4 балла). Функциялардың графиктеріне ортақ жанама

тендеуін жазыңыз $f(x) = x^2 + 4x + 8$ және $g(x) = x^2 + 8x + 4$ //

Найдите уравнение общей касательной к графикам функций $f(x) = x^2 + 4x + 8$ и $g(x) = x^2 + 8x + 4$.

Жауабы // Ответ: $y = 8x + 4$

№ 5 (4 ұпай // 4 балла). $ax^4 + bx^3 + x^2 + 1$ көпмүшелігі $(x + 1)^2$ – на бөлінетіні белгілі болса, a, b параметрлерінің барлық мәндерін табыңыз. //

Найдите все значения параметров a и b , если известно, что $ax^4 + bx^3 + x^2 + 1$ делится на $(x + 1)^2$.

Жауабы // Ответ: $a = 4, b = 6$.

Екінші нұсқа // Второй вариант.

Геометрия

№ 6 (3 ұпай // 3 балла). α және β жазықтықтары c түзуі бойымен қиылысады. c түзуінен 12 см қашықтықта жатқан нүктенің α және β жазықтықтарындағы проекциялары c түзуінен $6\sqrt{3}$ см қашықтықта орналасқан болса, онда α және β жазықтықтарының арасындағы бұрышты табыңдар. //

Плоскости α и β пересекаются по прямой c . Найдите угол между плоскостями α и β , если проекции на плоскости α и β точки, удаленной от прямой c на 12 см, удалены от прямой c на $6\sqrt{3}$ см.

Жауабы // Ответ: $\frac{\pi}{3}$.

№ 7 (4 ұпай // 4 балла). $A(6; -2; 1)$ және $B(2; 4; -3)$ нүктелері берілген. C нүктесі AB кесіндісінің ортасы. S нүктесіне симметриялы $K(-2; 1; -3)$, нүктесіне қарағанда, $y = 2$ жазықтығына қарағандағы нүктелер координатасын жазыңдар. //

Даны точки $A(6; -2; 1)$ и $B(2; 4; -3)$. Запишите координаты точек, симметричных точке C – середине отрезка AB – относительно точки $K(2; -1; 3)$, относительно плоскости $y = 2$.

Жауабы // Ответ: $C(4; 1; -1)$; қазақ бөлімінде $C_1(-8; 1; -5)$, $C_2(4; 3; -1)$, в русском $C_1(0; -3; 7)$, $C_2(4; 3; -1)$.

№ 8 (5 ұпай // 5 балла). $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ кубының қабырғасы a -ға тең. M – нүктесі $BC_1 D$ үшбұрышының центрі, O – нүктесі $ABCD$ табанының центрі. $A_1 M$ және BD түзулерінің арақашықтығын табыңдар. Олардың ортақ перпендикулярлары болатын кесіндіні анықтаңдар (оны дәлелдендер). //

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро равно a . Точка M – центр треугольника $BC_1 D$, точка O – центр квадрата основания $ABCD$. Вычислите расстояние между $A_1 M$ и BD . Определите отрезок, являющийся их общим перпендикуляром (докажите это).

Жауабы // Ответ: $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.